

**ENGENHARIA DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

# **TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM CORRENTE ALTERNADA**

**AILSON P. MOURA  
ADRIANO ARON F. MOURA  
EDNARDO P. ROCHA**





**ENGENHARIA DE SISTEMAS  
DE POTÊNCIA**

---

**TRANSMISSÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA EM CORRENTE  
ALTERNADA**

**Presidente da República**

Jair Bolsonaro

**Ministro da Educação**

Abraham Bragança de Vasconcellos Weintraub

**Universidade Federal do Ceará****Reitor**

Prof. Henry de Holanda Campos

**Edições UFC****Diretor e Editor**

Prof. Antônio Cláudio Lima Guimarães

**Conselho Editorial****Presidente**

Prof. Antônio Cláudio Lima Guimarães

**Conselheiros**

Prof.<sup>a</sup> Angela Maria R. Mota de Gutiérrez

Prof. Italo Gurgel

Prof. José Edmar da Silva Ribeiro

**Ailson P. de Moura**  
**Adriano Aron F. de Moura**  
**Ednardo P. da Rocha**

**ENGENHARIA DE SISTEMAS  
DE POTÊNCIA**

---

**TRANSMISSÃO DE ENERGIA  
ELÉTRICA EM CORRENTE  
ALTERNADA**



EDIÇÕES  
**UFC**

Fortaleza 2019

# **Engenharia de Sistemas de Potência: transmissão de energia elétrica em corrente alternada**

© 2019 by Ailson P. de Moura, Adriano Aron F. de Moura, Ednardo P. da Rocha

Impresso no Brasil/Printed in Brazil

## **Todos os Direitos Reservados**

Edições UFC

Av. da Universidade, 2995 – Benfica – Fortaleza – Ceará

CEP: 60020-181 – Tel./Fax: (85) 3366.7766 (Diretoria)

3366.7499 (Distribuição) / 3366.7439 (Livraria)

Internet: www.editora.ufc.br – E-mail: editora@ufc.br

## **COORDENAÇÃO EDITORIAL**

Moacir Ribeiro da Silva

## **REVISÃO DE TEXTO**

Francisca de Sá Benevides

## **NORMALIZAÇÃO BIBLIOGRÁFICA**

Perpétua Socorro Tavares Guimarães – CRB 3/801-98

## **DIAGRAMAÇÃO**

Carlos Raoni Kachille Cidrão

Catálogo na Fonte

*Biblioteca: Perpétua Socorro Tavares Guimarães - CRB 3/801-98*

M 929 e Moura, Ailson P. de  
Engenharia de sistemas de potência: transmissão de energia elétrica em corrente alternada/ Ailson P. de Moura, Adriano Aron F. de Moura, Ednardo P. da Rocha. – Fortaleza: Edições UFC, 2019.  
353 p.: il.  
Isbn: 978-85-7282-762-1  
1. Corrente alternada 2. Energia elétrica - transmissão  
I. Título  
CDD: 607

Editora Filiada à



Associação Brasileira das Editoras Universitárias

# Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer a Deus e a seu filho amado Jesus por terem permitido a criação desta obra. Agradecemos a nossos familiares por terem permitido a nossa ausência durante as intermináveis horas para a conclusão desta obra. A todos os alunos, que nos proporcionaram também deleites e aprendizados no assunto, fica aqui o nosso muito obrigado, pois, sem dúvidas, é ensinando, aprendendo e usando a imaginação que conseguimos realizar e transformar os sonhos em realidade.

Para Aluísio de Oliveira Moura

(Pai de Ailson, avô de Adriano) *(In memoriam)*



# SUMÁRIO

<b>Prefácio.....</b>	<b>11</b>
<b>1 Programa ATPdraw .....</b>	<b>13</b>
1.1 Introdução.....	13
1.2 Algoritmos de Resolução.....	13
1.3 Regra de Integração Trapezoidal .....	15
1.3.1 Modelo de resistência concentrada.....	16
1.3.2 Modelo de indutância concentrada .....	17
1.3.3 Equações nodais .....	22
1.3.3.1 Montagem da matriz de condutância por inspeção .....	23
1.3.4 Modelo de capacitância concentrada.....	27
1.4 Modelos de Linhas de Transmissão .....	33
1.4.1 Modelos com parâmetros concentrados.....	33
1.4.2 Modelos com parâmetros distribuídos .....	34
1.4.3 Modelos com parâmetros dependentes da frequência ...	40
1.5 Os Modelos de Fontes de Corrente para Descarga Atmosférica.....	41
1.6 Oscilações Numéricas .....	48
1.7 Uso do ATPdraw .....	48
1.7.1 Primeiro circuito em ATPdraw.....	57
1.7.2 Uso da rotina Line Constant.....	64
1.8 Exercícios .....	74
<b>2 Linhas de Transmissão: Aspectos Físicos.....</b>	<b>77</b>
2.1 Introdução.....	77
2.2 Sistema da Transmissão.....	77
2.3 Componentes de uma Linha de Transmissão.....	81
2.3.1 Estruturas de suporte.....	81

2.3.2	Condutores e cabos para-raios.....	86
2.3.2.1	Condutores.....	86
2.3.2.2	Cabos para-raios .....	90
2.3.3	Isoladores.....	91
2.3.4	Ferragens.....	102
2.4	Construção de uma Linha de Transmissão .....	113
2.4.1	Execução do projeto no campo.....	115
2.5	Efeito Corona .....	124
2.6	Exercícios .....	126
3	Cálculo de Parâmetros das Linhas de Transmissão...131	
3.1	Introdução.....	131
3.2	Resistência.....	131
3.3	Indutância.....	135
3.4	Enlaces de Fluxo de um Condutor dentro de um Grupo....	139
3.5	Indutância de Linhas com Condutores Múltiplos.....	141
3.6	Cálculo da DMG Própria de Condutores Múltiplos.....	143
3.7	Cálculo Matricial de Parâmetros de Linhas de Transmissão .....	148
3.7.1	Cálculo da impedância interna.....	148
3.7.2	Método de Carson .....	155
3.7.2.1	Cálculo da impedância externa.....	157
3.7.2.2	Cálculo da impedância de solo (correções de Carson).....	158
3.7.3	Método de Carson aproximado .....	162
3.7.4	Operacionalização do método de Carson .....	164
3.8	Impedâncias de Sequências .....	178
3.9	Capacitância .....	192
3.9.1	Capacitância para o neutro .....	194
3.9.2	Cálculo da capacitância com efeito de solo.....	194
3.9.3	Operacionalização do método das imagens.....	200
3.10	Admitâncias de Sequências .....	203
3.12	Exercícios .....	208

<b>4 Operação das Linhas de Transmissão em Regime Permanente .....</b>	<b>215</b>
4.1 Introdução.....	215
4.2 Equações Gerais para Linhas de Transmissão .....	215
4.2.1 Circuito de parâmetros distribuídos .....	215
4.2.2 Equações gerais de propagação de uma LT.....	217
4.3 Equações da LT em Regime Permanente.....	219
4.3.1 Análise da ICL e da CP.....	224
4.3.2 Variação de parâmetros de propagação com a frequência..	229
4.4 Forma Hiperbólica das Equações da LT .....	231
4.5 Quadripolos passivos.....	232
4.5.1 Associação de quadripolos .....	233
4.6 Linhas Curtas .....	236
4.7 Linhas Médias.....	237
4.8 Circuito Equivalente de uma Linha Longa .....	242
4.9 Regulação de Tensão .....	244
4.10 Linhas sem Perdas.....	251
4.11 Perfil de Tensão.....	253
4.12 Limite de Estabilidade de Regime Permanente (RP) ....	254
4.13 Fluxo de Potência Máximo para Linha com Perdas.....	257
4.14 Compensação Reativa .....	258
4.15 Compensação das LTs .....	277
4.16 Introdução ao Projeto Elétrico de uma Linha de Transmissão .....	283
4.17 Exercícios .....	284
<b>5 Operação das Linhas de Transmissão em Regime Transitório .....</b>	<b>297</b>
5.1 Introdução.....	297
5.2 Transitórios em Linhas Monofásicas .....	297
5.3 Ondas Viajantes .....	298

<b>5.4 Análise de Transitórios: Reflexões em uma Descontinuidade .....</b>	<b>300</b>
5.4.1 Terminação resistiva.....	303
5.4.2 Terminação indutiva.....	306
5.4.3 Terminação capacitiva.....	310
<b>5.5 Diagrama de Bewley.....</b>	<b>314</b>
<b>5.6 Sobretensões de Origem Atmosférica.....</b>	<b>318</b>
<b>5.7 Sobretensões de Chaveamento.....</b>	<b>326</b>
<b>5.8 Exercícios .....</b>	<b>329</b>
<b>6 Teoria Modal de Propagação .....</b>	<b>333</b>
6.1 Introdução.....	333
6.2 Equação de Tensão para um Sistema de um Condutor ..	334
6.3 A Matriz Modal, Valores Próprios e Vetores Próprios ...	335
6.3.1 Os valores próprios de uma matriz.....	335
6.3.2 Os vetores próprios de uma matriz.....	337
6.3.3 A matriz modal .....	337
6.4 A Propagação em um Sistema de N Condutores .....	338
6.5 A Transformação de Karrenbauer.....	341
6.6 A Transformação de Clarke .....	343
6.7 Exercícios .....	345
<b>Bibliografia.....</b>	<b>347</b>
<b>Apêndice.....</b>	<b>349</b>

# PREFÁCIO

Este livro tem como objetivo apresentar uma introdução à transmissão de energia elétrica em corrente alternada, com a profundidade suficiente de fornecer, para os estudantes dos cursos de graduação e pós-graduação em Engenharia Elétrica das diversas instituições de ensino superior, uma base teórica sólida sobre o assunto, especificamente para os alunos que pretendem seguir com seus estudos na área de sistemas elétricos de potência. O livro apresenta a transmissão de energia elétrica, particularmente com o enfoque direcionado para o uso de computadores através do programa ATPdraw e algoritmos desenvolvidos em MATLAB.

O capítulo 1 apresenta o programa ATPdraw. Esse programa, utilizado mundialmente, serve como referência para todas as simulações computacionais realizadas no texto.

O capítulo 2 apresenta a constituição física das linhas de transmissão e o efeito corona.

No capítulo 3, é apresentado o cálculo generalizado dos parâmetros das linhas de transmissão.

No capítulo 4, a modelagem das linhas de transmissão em regime permanente é detalhada e exemplificada. Uma introdução ao projeto elétrico das linhas de transmissão é realizada.

O capítulo 5 apresenta a modelagem das linhas de transmissão em regime transitório.

Finalmente no capítulo 6, é apresentada uma introdução à teoria modal de propagação.

Os capítulos 1, 5 e 6 podem ser ministrados em cursos de pós-graduação em Engenharia Elétrica.

*Ailson Pereira de Moura  
Adriano Aron Freitas de Moura  
Ednardo Pereira da Rocha*



# PROGRAMA ATPDRAW

## 1.1 Introdução

O ATPdraw é um pré-processador para o Alternative Transients Program (ATP), sendo o resultado da cooperação entre a Bonneville Power Administration (BPA) do Canadá e o Norwegian Electric Power Research Institute da Noruega, que desenvolveram o ATP para o ambiente do sistema operacional Windows. A saída do ATPDraw é um arquivo que é usado como entrada para o programa ATP.

## 1.2 Algoritmos de Resolução

Os primeiros estudos relacionados com a simulação digital de problemas de ondas viajantes em sistemas de potência foram realizados no começo dos anos 1960 empregando duas técnicas: o diagrama de Bewley e o método de Begeron. Essas técnicas desenvolvidas foram aplicadas na análise de redes de pequeno porte com parâmetros concentrados, lineares ou não lineares e parâmetros distribuídos. A extensão para redes com múltiplos nós foi feita por Hermann W. Dommel, que resultou no programa de transitórios eletromagnéticos da BPA, denominado Eletromagnetic Transients Program (EMTP) e

posteriormente Alternative Transients Program (ATP). O esquema desenvolvido por Dommel combina o método de Bergeron e a regra trapezoidal em um algoritmo de cálculo de transitórios em redes com múltiplas fases com parâmetros concentrados e distribuídos.

O cálculo de transitórios eletromagnéticos usando a regra trapezoidal é feito no domínio do tempo. Outras técnicas foram desenvolvidas para realizar esse cálculo no domínio da frequência ou usando a transformada Z. Programas baseados na regra trapezoidal são os mais empregados na simulação de transitórios em sistemas de potência. Isso é devido à simplicidade da regra trapezoidal. Mas esse método apresenta limitações importantes: usa um passo de integração fixo e produz oscilações numéricas. O passo de integração pode ser ajustado em uma aba chamada ATP - settings e é representado pelo  $\Delta t$ . A seleção do intervalo de integração é bastante influenciada pelo fenômeno que se está investigando. Simulações envolvendo altas frequências requerem passos de integração muito pequenos, enquanto fenômenos de baixas frequências podem ser calculados com passos de integração maiores. Por exemplo, transitórios de manobra (25 - 100 ms)  $\rightarrow \Delta t \leq \tau/10$ , onde  $\tau$  é o tempo de trânsito do menor comprimento de linha de transmissão analisado. Fenômenos lightning (0,01 - 0,1 ms)  $\rightarrow \Delta t \leq 1/2f$ , onde  $f$  é a frequência de interesse do fenômeno em análise. Na figura 1.1 é apresentado o espectro de frequência de transitórios em sistemas de potência.

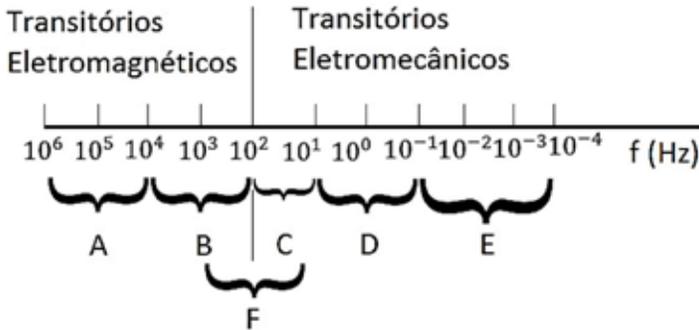


Figura 1.1 – Espectro de frequência de transitórios em sistemas elétricos

Onde:

A – Sobretensões atmosféricas;

B – Sobretensões de manobra;

C – Transitórios de curto-circuito e ressonância subsíncrona;

D – Estabilidade;

E – Transitórios de controle de máquina térmica;

F – Harmônicos devidos à saturação de transformadores.

Na aba ATP settings ainda é possível ajustar o tempo máximo de simulação ( $T_{m\acute{a}x}$ ), que depende do fenômeno estudado e dos resultados obtidos durante a análise. Como, por exemplo: energização de LTs (50 ms), fenômenos lightning (20 ms). Ainda é possível alterar  $X_{opt}$  e  $C_{opt}$  (quando  $X_{opt}=0$ , L deve ser dado em mH, quando  $C_{opt}=0$ , C deve ser dado em microFarad).

### 1.3 Regra de Integração Trapezoidal

Partindo-se das condições iniciais em  $t = 0$ , as tensões das barras são determinadas em  $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ , até o tempo máximo ( $t_{m\acute{a}x}$ ). No processo de cálculo das tensões das barras no instante  $t$ , é necessário conhecer as tensões dessas barras até um determinado tempo anterior, isto é,  $t = t - \Delta t, t - 2\Delta t, t -$

$3\Delta t, \dots, t - \tau$ . Ou seja, é preciso conhecer os valores anteriores das tensões do sistema para o cálculo no instante  $t$ .

Os processos numéricos são usados para calcular o valor da integral dentro de um intervalo definido. Assim, para calcular a área sob a curva que define a função  $f(x)$  no intervalo  $x_n$  a  $x_{n+1}$ , é mostrado na figura 1.2.

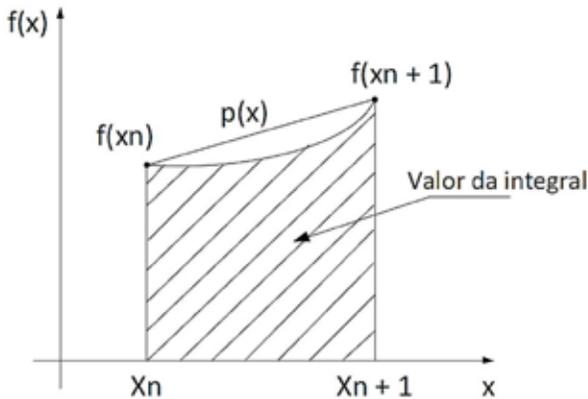


Figura 1.2 - Método de integração trapezoidal

A partir da figura 1.2 temos a área em forma trapezoidal. Assim,

$$A = \int_{x_n}^{x_{n+1}} f(x) dx = \frac{\Delta x}{2} [f(x_{n+1}) + f(x_n)] \quad (1.1)$$

### 1.3.1 Modelo de resistência concentrada

O circuito equivalente de uma resistência é mostrado na figura 1.3.

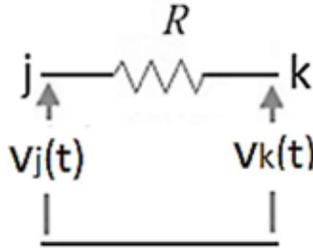


Figura 1.3 - Circuito equivalente de resistência

A equação que define o ramo pode ser escrita como:

$$i_{jk}(t) = \frac{1}{R} [v_j(t) - v_k(t)] = \frac{1}{R} v_{jk}(t) \quad (1.2)$$

### 1.3.2 Modelo de indutância concentrada

Seja uma indutância ligada entre as barras “j” e “k” de um circuito, como mostrado na figura 1.4.

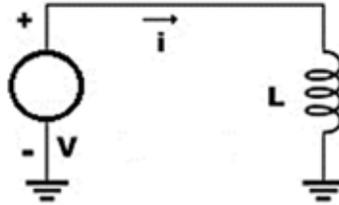


Figura 1.4 - Circuito de indutância

A equação da indutância que relaciona a tensão e a corrente nos seus terminais é expressa como:

$$v_{jk}(t) = L \frac{d}{dt} [i_{jk}(t)] \quad (1.3)$$

$$\int_{t-\Delta t}^t di_{jk}(t) = \frac{1}{L} \int_{t-\Delta t}^t v_{jk}(t) dt \quad (1.4)$$

Usando-se a lei de integração trapezoidal, temos:

$$i_{jk}(t) - i_{jk}(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} [v_{jk}(t - \Delta t) + v_{jk}(t)] \quad (1.5)$$

$$i_{jk}(t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t) + \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - \Delta t) + i_{jk}(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t) + I_L(t - \Delta t) \quad (1.6)$$

Onde:

$$I_L(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - \Delta t) + i_{jk}(t - \Delta t) \quad (1.7)$$

A corrente  $I_L(t - \Delta t)$  é interpretada como uma fonte de corrente dependente de valores passados de tensão e corrente sobre o indutor.

Portanto, a equação que define o ramo é expressa como:

$$i_{jk}(t) = \frac{1}{R_L} [v_{jk}(t)] + I_L(t - \Delta t) \quad (1.8)$$

Onde:

$$R_L = \frac{2L}{\Delta t} \quad (1.9)$$

Da equação (1.6) para  $t = t - \Delta t$  chegamos na equação (1.10).

$$i_{jk}(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - 2\Delta t) + i_{jk}(t - 2\Delta t) \quad (1.10)$$

Substituindo (1.10) em (1.7), temos:

$$I_L(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - 2\Delta t) + i_{jk}(t - 2\Delta t) \quad (1.11)$$

$$I_L(t - \Delta t) = \frac{2v_{jk}(t-\Delta t)}{R_L} + I_L(t - 2\Delta t) \quad (1.12)$$

Onde:

$$I_L(t - 2\Delta t) = \frac{\Delta t}{2L} v_{jk}(t - 2\Delta t) + i_{jk}(t - 2\Delta t) \quad (1.13)$$

O circuito equivalente é mostrado na figura 1.5.

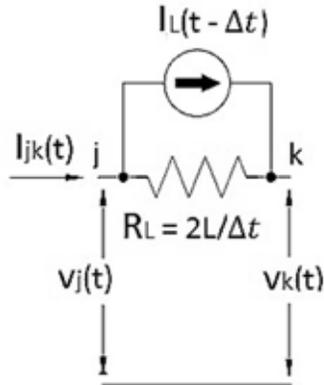


Figura 1.5 - Circuito equivalente de indutância

### Exemplo 1.1

Calcule  $V_L(t)$  para  $t = 2\Delta t$  no circuito da figura 1.6. A frequência é de 60 Hz e  $\Delta t = 1 \mu\text{seg}$ . As condições iniciais são dadas por:  $V_F(0^-) = 0$ ;  $I_F(0^-) = 0$ ;  $V_L(0^-) = 0$ ;  $I_L(0^-) = 0$ .

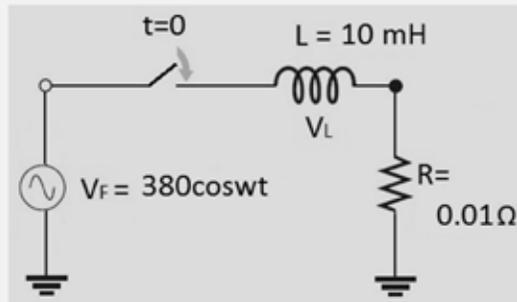


Figura 1.6 - Circuito RL

**Solução:**

Modelo do circuito:

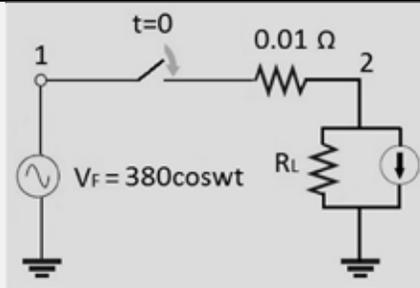


Figura 1.7 - Circuito equivalente RL

$$R_L = \frac{2L}{\Delta t} = \frac{2 \times 10 \times 10^{-3}}{10^{-6}} = 20000 \Omega$$

$$I_L(t - \Delta t) = \frac{2V_L(t - \Delta t)}{R_L} + I_L(t - 2\Delta t)$$

Primeiro intervalo de tempo:  $t = \Delta t$

Do circuito da figura 1.7, podemos escrever:

$$V_L(t) = V_F(t) - RI_F(t)$$

Mas

$$I_F(t) = I_L(t - \Delta t) + \frac{V_L(t)}{R_L}$$

Substituindo o valor de  $I_F(t)$ , vem:

$$V_L(t) = V_F(t) - R \left[ I_L(t - \Delta t) + \frac{V_L(t)}{R_L} \right]$$

Agrupando  $V_L(t)$ , temos:

$$V_L(t) \left[ 1 + \frac{R}{R_L} \right] = V_F(t) - RI_L(t - \Delta t)$$

A equação para o cálculo da tensão é:

$$V_L(t) \left[ 1 + \frac{0.01}{20000} \right] = V_F(t) - RI_L(t - \Delta t)$$

$$1.0000005V_L(t) = V_F(t) - RI_L(t - \Delta t)$$

Calculando  $V_L(t)$  para  $t = \Delta t$ :

$$V_F(\Delta t) = 380 \cos(2\pi 60 \times 10^{-6}) = 379.9999729967627$$

E como:  $I_L(\Delta t - \Delta t) = I_L(0) = \frac{2V_L(0)}{R_L} + I_L(-\Delta t) = 0$

Vem:

$$1.0000005V_L(\Delta t) = 379.9999729967627 - 0.01 \times 0$$

$$1.0000005V_L(\Delta t) = 379.9999729967627$$

$$V_L(\Delta t) = 379.99978299687112$$

Segundo intervalo de tempo:  $t = 2\Delta t$

$$V_F(2\Delta t) = 380 \cos(2 \times 2\pi \times 60 \times 10^{-6}) = 379.9998919870545$$

$$I_L(2\Delta t - \Delta t) = \frac{2V_L(2\Delta t - \Delta t)}{R_L} + I_L(2\Delta t - 2\Delta t)$$

$$I_L(\Delta t) = \frac{2V_L(\Delta t)}{R_L} + I_L(0) = \frac{2 \times 379.99978299687112}{20000} = 0.037999978299687$$

Logo:

$$1.0000005V_L(2\Delta t) = 379.9998919870545 - 0.01 \times 0.037999978299687$$

$$V_L(2\Delta t) = \frac{379.9995119872716}{1.0000005} = 379.9993219876106$$

O código em linguagem MATLAB é mostrado a seguir e os gráficos da tensão e corrente sobre o indutor estão na figura 1.8.

```

clc
clear all
format long
%Condições Iniciais consideradas
IL0=0;% Corrente inicial do indutor
VL=0;%VL(0)=0, tensão inicial do indutor
IF = 0; %corrente inicial da fonte
at=input('Digite o passo da interacao ou seja deltat (segundos)
\n');%utilizado no exercício foi de 1e-6s
R=input('digite o valor da resistencia (Ohms) \n');%utilizado no
exercício foi de 0.01ohm;
L=input('digite o valor da indutancia (Henry) \n');%utilizado no
exercício foi de 10e-3H;
temptotal=input('digite o valor de tempo total de simulação
(segundos) \n');%utilizado no exercício foi de 0.1s
RL1=2*L/(at);%resistência para o modelo do indutor
intime=round(temptotal/at);%numero de interações possíveis no
tempo indicado(numero Inteiro de interações mais próximo)
temptotal=intime*at;%tempo ao qual será calculado a tensão no
indutor
for t=1:intime
VF(t) =380*cos(2*pi*60*at*t);
VL(t)=(VF(t)-R*IL0)/(1+(R/RL1));
IL0=(2*VL(t)/RL1)+IL0;
IF(t)=(VF(t)-VL(t))/R;
end

```

```

fprintf('Foram feitas %d interações e os valores de tensão sobre
indutor e corrente da fonte \npara instante de %ds (%d * passo de
interação) \nobtido foi de %2.19f V e %2.19f A
respectivamente\n',intime,temptotal,intime,VL(intime),IF(intime))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Plotagem dos Gráficos
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=linspace(1,intime,intime);
plot(t,VL,'k',t,IF,'b')
legend('Tensão sobre o indutor','Corrente no indutor')
title('Tensão e corrente sobre o indutor')
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Tensão(V), Corrente (A)')

```

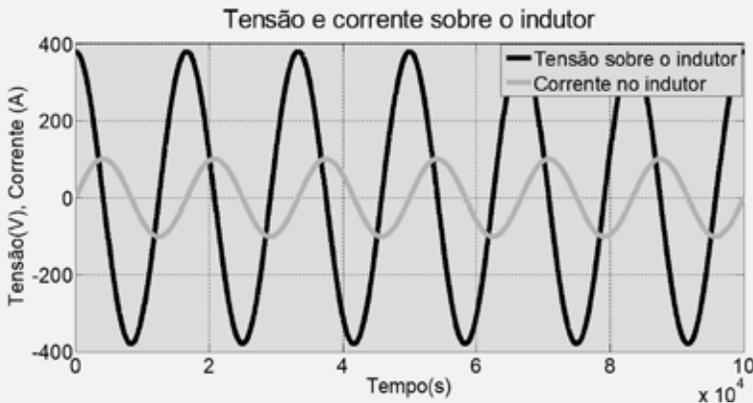


Figura 1.8 - Tensão e corrente no indutor

### 1.3.3 Equações nodais

No programa ATP todos os elementos são substituídos pelos respectivos circuitos equivalentes e depois é montada a matriz de condutância nodal da rede em análise. O resultado é um sistema de equações lineares que em termos computacionais é resolvido usando triangularização com retrossubstituição.

$$[G][v(t)] = [i(t)] - [I] \quad (1.14)$$

Onde:

$[G]$  é a matriz de condutância nodal, que é simétrica e real e será constante se o intervalo de tempo  $\Delta t$  for constante;

$[v(t)]$  é o vetor das tensões nodais em cada instante do tempo.  
 Essas são as incógnitas da equação (1.12);  
 $[i(t)]$  é o vetor das correntes injetadas;  
 $[I]$  é o vetor das correntes conhecidas, que contêm os valores das correntes dos instantes passados.

### 1.3.3.1 Montagem da matriz de condutância por inspeção

Seja o circuito elétrico da figura 1.9 a seguir:

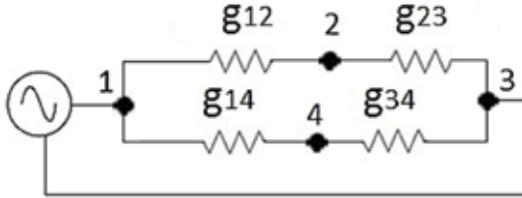


Figura 1.9 - Circuito com quatro nós

Como já foi descrito no item anterior, pode-se escrever na forma matricial, de acordo com a primeira lei de Kirchhoff, o sistema de equações (1.15):

$$\begin{aligned} i_1 &= g_{12}(v_1 - v_2) + g_{14}(v_1 - v_4) \\ i_2 &= g_{12}(v_2 - v_1) + g_{23}(v_2 - v_3) \\ i_3 &= g_{23}(v_3 - v_2) + g_{34}(v_3 - v_4) \\ i_4 &= g_{14}(v_4 - v_1) + g_{34}(v_4 - v_3) \end{aligned} \quad (1.15)$$

Na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{12} + g_{14} & -g_{12} & 0 & -g_{14} \\ -g_{12} & g_{12} + g_{23} & -g_{23} & 0 \\ 0 & -g_{23} & g_{23} + g_{34} & -g_{34} \\ -g_{14} & 0 & -g_{34} & g_{14} + g_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Assumindo que:

$$G_{11} = g_{12} + g_{14} \quad (1.17)$$

$$G_{22} = g_{21} + g_{23}$$

$$G_{33} = g_{32} + g_{34}$$

$$G_{44} = g_{41} + g_{43}$$

$$G_{12} = -g_{12} \quad G_{21} = -g_{21} \quad G_{13} = 0 \quad G_{14} = -g_{14} \quad (1.18)$$

$$G_{31} = 0 \quad G_{23} = -g_{23} \quad G_{32} = -g_{32} \quad G_{24} = 0$$

$$G_{41} = -g_{41} \quad G_{42} = 0 \quad G_{34} = -g_{34} \quad G_{43} = -g_{43}$$

Observando a equação (1.16), nota-se que os elementos da diagonal principal são dados pela soma das condutâncias diretamente conectadas a cada nó.

Observando-se a equação (1.18), nota-se que os elementos fora da diagonal principal são dados pela condutância conectada entre os nós correspondentes, com o sinal contrário.

Assim, a matriz de condutância nodal pode ser facilmente construída por inspeção da seguinte forma:

A) Elementos da diagonal principal

As condutâncias de índices  $jj$  são dadas pela soma de todas as condutâncias diretamente conectadas ao nó  $j$ .

B) Elementos fora da diagonal principal

As condutâncias de índices  $jk$  são dadas pela condutância física equivalente (no caso de existir mais de um ramo entre dois nós) conectadas entre os nós  $j$  e  $k$ , com o sinal contrário.

## Exemplo 1.2

Resolva o problema 1.1 montando a matriz de condutância nodal.

### Solução matricial

De acordo com a figura 1.7, temos:

Montagem da matriz de condutâncias:

$$G_{11} = g_{12} = \frac{1}{0.01} = 100 \text{ S}$$

$$G_{12} = G_{21} = -g_{12} = -\frac{1}{0.01} = -100 \text{ S}$$

$$G_{22} = g_{20} + g_{12} = \frac{1}{20000} + 100 = 100.00005 \text{ S}$$

Equação nodal:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_F(t) \\ V_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_F(t) \\ -I_L(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores:

$$\begin{bmatrix} 100 & -100 \\ -100 & 100.00005 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 380\cos(2\pi 60\Delta t) \\ V_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_F(t) \\ -I_L(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 380\cos(2\pi 60x10^{-6}) \\ V_L(t) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 20000.00999933607 & 19999.99999933607 \\ 19999.99999933607 & 19999.99999933607 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F(t) \\ -I_L(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

Da primeira equação, temos:

$$380\cos(2\pi f\Delta t) = 20000.00999933607I_F(t) - 19999.99999933607I_L(t - \Delta t)$$

$$I_F(t) = \frac{380\cos(2\pi 60x\Delta t) + 19999.99999933607I_L(t - \Delta t)}{20000.00999933607}$$

Da segunda equação:

$$V_L(t) = 19999.99999933607I_F(t) - 19999.99999933607I_L(t - \Delta t)$$

Substituindo o valor de  $I_F(t)$ , vem:

$$V_L(t) = 19999.99999933607 \left( \frac{380\cos(2\pi 60x\Delta t) + 19999.99999933607I_L(t - \Delta t)}{20000.00999933607} \right) - 19999.99999933607I_L(t - \Delta t)$$

Reunindo  $I_L(t - \Delta t)$ , temos:

$$V_L(t) = 379.9998100000950\cos(2\pi 60x\Delta t) - 0.009999995003454I_L(t - \Delta t)$$

Para  $t = \Delta t = 10^{-6}$ , temos:

$$I_L(\Delta t - \Delta t) = I_L(0) = 0$$

$$V_L(\Delta t) = 379.9997829968712 \text{ (V)}$$

Para  $t = 2\Delta t$

$$I_L(2\Delta t - \Delta t) = \frac{2V_L(2\Delta t - \Delta t)}{R_L} + I_L(2\Delta t - 2\Delta t)$$

$$I_L(\Delta t) = \frac{2V_L(\Delta t)}{R_L} + I_L(0) = \frac{2 \times 379.9997829968712}{20000}$$

$$= 0.037999978299687$$

$$V_L(t) = 379.9998100000950 \cos(2\pi 60 \times 2\Delta t) - 0.009999995003454 I_L(\Delta t)$$

$$V_L(t) = 3.799993219876104 \quad (V)$$

O código em MATLAB é mostrado a seguir:

```

clc
clear all;
format long;
%Condições Iniciais consideradas
IL0=0;% Corrente inicial do indutor
VL=0;%VL(0)=0, tensão inicial do indutor
IF1=0;
%IF0 = 0 corrente inicial da fonte
at=input('Digite o passo da interacao (segundos) \n');;%utilizado no
exercício foi de 1e-6s
R=input('digite o valor da resistencia (Ohms) \n');;%utilizado no
exercício foi de 0.01ohm;
L=input('digite o valor da indutancia (Henry) \n');;%utilizado no
exercício foi de 10e-3H;
temptotal=input('digite o valor de tempo em que deseja saber a
tensão no indutor (segundos) \n');;%utilizado no exercício foi de 0.1s
RL1=2*L/(at);%resistência para o modelo do indutor
intime=round(temptotal/at);%numero de interações possíveis no
tempo indicado(numero Inteiro de interações mais próximo)
tempttotal=intime*at;%tempo ao qual será calculado a tensão no
indutor
G=[1/R -1/R;-1/R (1/R + 1/RL1)];
Y=inv(G);
for t=1:intime
VF(t) = 380*cos(2*pi*60*at*t);
IF1(t)=(VF(t)+IL0*Y(1,2))/Y(1,1);
I=[IF1(t);-IL0];
res=Y*I;
VL(t)=res(2,1);
IL0=(2*VL(t)/RL1)+IL0;

```

```

end
fprintf('Foram feitas %d interações e os valores de tensão sobre
indutor e corrente da fonte \npara instante de %ds (%d * passo de
interação) \nobtido foi de %.219f V e %.219f A
respectivamente\n',intime,temptotal,intime,VL(intime),IF1(intime))
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Plotagem dos Gráficos
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
t=linspace(1,intime,intime);
plot(t,VL,'k',t,IF1,'b')
legend('Tensão sobre o indutor','Corrente no indutor')
title('Tensão e corrente sobre o indutor')
xlabel('Tempo(s)')
ylabel('Tensão(V), Corrente (A)')

```

### 1.3.4 Modelo de capacitância concentrada

Seja uma capacitância ligada entre as barras “j” e “k” de um circuito, como mostrado na figura 1.10.

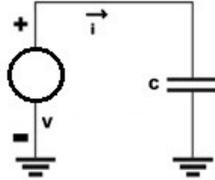


Figura 1.10 - Circuito de capacitância

A equação da capacitância que relaciona a tensão e a corrente nos seus terminais é expressa como:

$$i_{jk}(t) = C \frac{d}{dt} [v_{jk}(t)] \quad (1.19)$$

$$\int_{t-\Delta t}^t dv_{jk}(t) = \frac{1}{C} \int_{t-\Delta t}^t i_{jk}(t) dt \quad (1.20)$$

Usando-se a lei de integração trapezoidal, temos:

$$v_{jk}(t) - v_{jk}(t - \Delta t) = \frac{\Delta t}{2C} [i_{jk}(t) + i_{jk}(t - \Delta t)] \quad (1.21)$$

A equação que define o ramo é expressa como:

$$i_{jk}(t) = \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t)] - \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - i_{jk}(t - \Delta t) = \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t)] - I_C(t - \Delta t) \quad (1.22)$$

Onde:

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C} \quad (1.23)$$

$$I_C(t - \Delta t) = \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] + i_{jk}(t - \Delta t) \quad (1.24)$$

Usando a equação (1.22) com  $t = t - \Delta t$ , temos:

$$i_{jk}(t - \Delta t) = \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - 2\Delta t)] - i_{jk}(t - 2\Delta t) \quad (1.25)$$

Substituindo a equação (1.25) em (1.24), temos:

$$\begin{aligned} I_C(t - \Delta t) &= \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] + \frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - \\ &\frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - 2\Delta t)] - i_{jk}(t - 2\Delta t) = \frac{2}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - \\ &\frac{1}{R_C} [v_{jk}(t - 2\Delta t)] - i_{jk}(t - 2\Delta t) = \frac{2}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - I_C(t - \\ &2\Delta t \end{aligned} \quad (1.26)$$

Portanto:

$$I_C(t - \Delta t) = \frac{2}{R_C} [v_{jk}(t - \Delta t)] - I_C(t - 2\Delta t) \quad (1.27)$$

O circuito equivalente da capacitância é mostrado na figura 1.11.

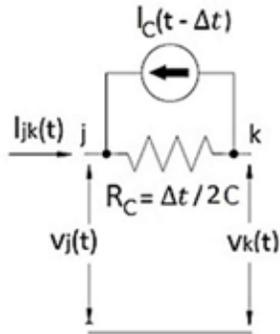


Figura 1.11 - Circuito equivalente de capacitância

### Exemplo 1.3

Calcule  $V_C(t)$  para  $t = 2\Delta t$  no circuito da figura 1.12. A frequência é de 60 Hz e  $\Delta t = 1 \mu\text{seg}$ . As condições iniciais são dadas por:  $V_F(0^-) = 0$ ;  $I_F(0^-) = 0$ ;  $V_C(0^-) = 0$ ;  $I_C(0^-) = 0$ .

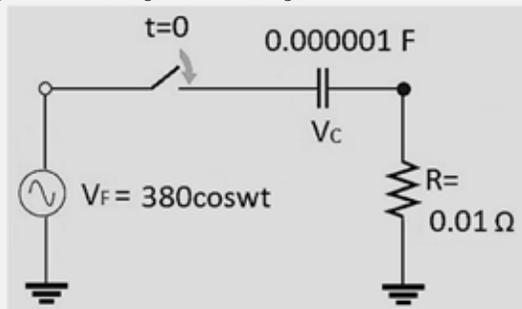


Figura 1.12 - Circuito RC

#### Solução:

Modelo do circuito:

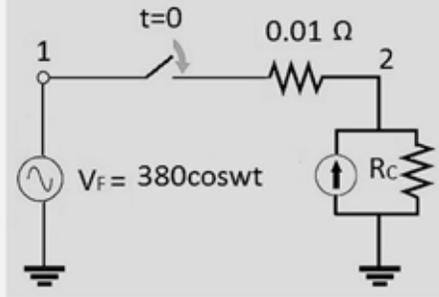


Figura 1.13 - Circuito equivalente RC

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C} = \frac{10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = 0.5 \Omega$$

$$I_C(t - \Delta t) = \frac{2V_C(t - \Delta t)}{R_C} - I_C(t - 2\Delta t)$$

Primeiro intervalo de tempo:  $t = \Delta t$

Do circuito da figura 1.11, podemos escrever:

$$V_C(t) = V_F(t) - RI_F(t)$$

$$I_F(t) = -I_C(t - \Delta t) + \frac{V_C(t)}{R_C}$$

Substituindo o valor de  $I_F(t)$ , vem:

$$V_C(t) = V_F(t) - R \left[ -I_C(t - \Delta t) + \frac{V_C(t)}{R_C} \right]$$

Agrupando  $V_C(t)$ , temos:

$$V_C(t) \left[ 1 + \frac{R}{R_C} \right] = V_F(t) + RI_C(t - \Delta t)$$

A equação para o cálculo da tensão é:

$$V_C(t) \left[ 1 + \frac{0.01}{0.5} \right] = V_F(t) + RI_C(t - \Delta t)$$

$$1.02V_C(t) = V_F(t) + RI_C(t - \Delta t)$$

$$V_F(\Delta t) = 380 \cos(2\pi 60 \times 10^{-6}) = 379.9999729967627$$

E como:  $I_C(\Delta t - \Delta t) = I_C(0) = \frac{2V_C(0)}{R_C} + I_C(-\Delta t) = 0$

$$1.02V_C(t) = 379.9999729967627$$

$$V_C(t) = 372.5489931340811$$

Segundo intervalo de tempo:  $t = 2\Delta t$

$$V_F(2\Delta t) = 380 \cos(2 \times 2\pi 60 \times 10^{-6}) = 379.9998919870545$$

$$I_C(2\Delta t - \Delta t) = \frac{2V_C(2\Delta t - \Delta t)}{R_C} - I_C(2\Delta t - 2\Delta t)$$

$$I_c(\Delta t) = \frac{2V_c(\Delta t)}{R_c} - I_c(0) = \frac{2 \times 372.5489931340811}{0.5}$$

$$= 1490.195972536325$$

$$1.02V_c(2\Delta t) = 379.9998919870545 + 0.01 \times 1490.195972536325$$

$$V_c(2\Delta t) = 387.1586781494292 \text{ (V)}$$

O código em linguagem MATLAB é mostrado a seguir:

```

clc
clear all
format long
%Condições Iniciais consideradas
IC0=0;% Corrente inicial do capacitor
VC=0;%VC(0)=0, tensão inicial do capacitor
IF = 0; %corrente inicial da fonte
at=input('Digite o passo da interacao ou seja deltat (segundos)
\n');%utilizado no exercício foi de 1e-6s
R=input('digite o valor da resistencia (Ohms) \n');%utilizado no
exercício foi de 0.01ohm;
C=input('digite o valor da capacitância (Faraday) \n');%utilizado no
exercício foi de 10e-6 F;
temptotal=input('digite o valor de tempo total de simulação
(segundos) \n');%utilizado no exercício foi de 0.1s
RC1=at/(2*C);%resistência para o modelo do capacitor
intime=round(temptotal/at);%numero de interações possíveis no
tempo indicado(numero inteiro de interações mais próximo)
temptotal=intime*at;%tempo ao qual será calculado a tensão no
capacitor
for t=1:intime
VF(t) =380*cos(2*pi*60*at*t);
VC(t)=(VF(t)+R*IC0)/(1+(R/RC1));
IC0=(2*VC(t)/RC1)-IC0;
IF(t)=(VF(t)-VC(t))/R;
end
fprintf('Foram feitas %d interações e os valores de tensão sobre
indutor e corrente da fonte \npara instante de %ds (%d * passo de
interação) \nobtido foi de %2.19f V e %2.19f A
respectivamente\n',intime,temptotal,intime,VC(intime),IF(intime))

```

## Exemplo 1.4

Resolva o problema 1.3 montando a matriz de condutância nodal.

**Solução:**

Montagem da matriz de condutâncias:

$$G_{11} = g_{12} = \frac{1}{0.01} = 100 \text{ S}$$

$$G_{12} = G_{21} = -g_{12} = -100 \text{ S}$$

$$G_{22} = g_{20} + g_{12} = \frac{1}{0.5} + 100 = 102 \text{ S}$$

Equação nodal:

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_F(t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_F(t) \\ I_C(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores:

$$\begin{bmatrix} 100 & -100 \\ -100 & 102 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 380 \cos(2\pi 60 \Delta t) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_F(t) \\ I_C(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 380 \cos(2\pi 60 \times 10^{-6}) \\ V_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.51 & 0.50 \\ 0.50 & 0.50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_F(t) \\ I_C(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

Da primeira equação, temos:

$$380 \cos(2\pi f \Delta t) = 0.51 I_F(t) + 0.5 I_C(t - \Delta t)$$

$$I_F(t) = \frac{380 \cos(2\pi 60 \times \Delta t) - 0.5 I_C(t - \Delta t)}{0.51}$$

Da segunda equação:

$$V_C(t) = 0.5 I_F(t) + 0.5 I_C(t - \Delta t)$$

Substituindo o valor de  $I_F(t)$ , vem:

$$V_C(t) = 0.5 \left( \frac{380 \cos(2\pi 60 \times \Delta t) - 0.5 I_C(t - \Delta t)}{0.51} \right) + 0.5 I_C(t - \Delta t)$$

Reunindo  $I_C(t - \Delta t)$ , temos:

$$V_C(t) = 372.5490196078432 \cos(2\pi 60 \times \Delta t) + 0.009803921568627 I_C(t - \Delta t)$$

Para  $t = \Delta t = 10^{-6}$ , temos:

$$I_C(\Delta t - \Delta t) = I_C(0) = 0$$

$$V_C(\Delta t) = 372.5490196078432 \cos(2\pi 60 \times 10^{-6})$$

$$= 372.5489931340811 \text{ (V)}$$

Para  $t = 2\Delta t$

$$I_C(2\Delta t - \Delta t) = \frac{2V_C(2\Delta t - \Delta t)}{R_C} - I_C(2\Delta t - 2\Delta t)$$

$$\begin{aligned}
 I_C(\Delta t) &= \frac{2V_C(\Delta t)}{R_C} + I_C(0) = \frac{2 \times 372.5489931340811}{0.5} \\
 &= 1490.195972536325 \\
 V_C(2\Delta t) &= 372.5490196078432 \cos(2\pi 60 \times 2\Delta t) \\
 &\quad + 0.009803921568627 I_C(\Delta t) \\
 V_C(2\Delta t) &= 387.1586781494286 \text{ (V)}
 \end{aligned}$$

## 1.4 Modelos de Linhas de Transmissão

Pode-se dividir os modelos existentes em três tipos:

- Modelos com parâmetros concentrados;
- Modelos com parâmetros distribuídos;
- Modelos com parâmetros dependentes da frequência.

### 1.4.1 Modelos com parâmetros concentrados

Para a modelagem monofásica, o modelo utilizado é o circuito  $\pi$ , mostrado na figura 1.14.

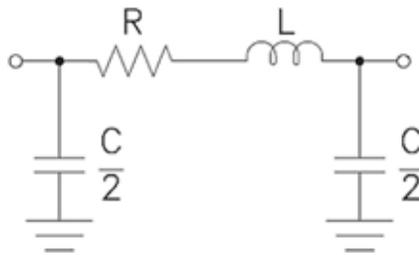


Figura 1.14 - Circuito para modelagem de LT monofásica

Para a modelagem trifásica, o modelo utilizado é o circuito  $\pi$  acoplado, mostrado na figura 1.15.

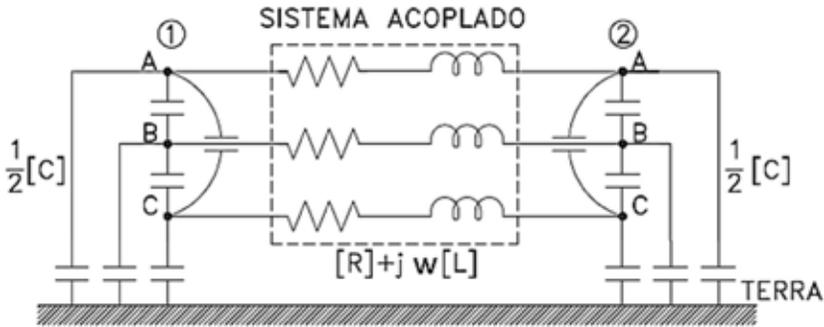


Figura 1.15 - Circuito para modelagem de LT trifásica

A matriz de impedância é montada utilizando as equações de Carson e a redução de Kron, quando as linhas apresentam um ou dois cabos para-raios.

Tanto para linhas monofásicas como trifásicas, a modelagem pode ser feita usando-se vários circuitos  $\pi$  em cascata. Por exemplo, cada trecho de uma LT transposta pode ser representado por um circuito  $\pi$ , como mostrado na figura 1.16.

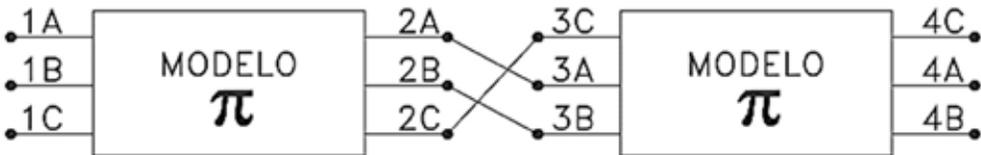


Figura 1.16 - Circuitos  $\pi$  em cascata

### 1.4.2 Modelos com parâmetros distribuídos

O modelo de Bergeron utiliza o fenômeno de propagação de energia de uma LT e o distúrbio se propaga sujeito a atenuações demorando um tempo finito até ser refletido por uma das extremidades da linha, existindo um atraso de tensões e correntes em terminais opostos. Apesar de o modelo de Bergeron levar em consideração a característica distribuída dos parâmetros, eles são considerados invariantes na frequência.

Com a aplicação do método das características de Bergeron e método trapezoidal, para modelagem monofásica, pode-se ter dois modelos: sem perdas e com perdas.

Para uma linha sem perdas, o tempo de trânsito  $\tau$  para uma onda percorrer a distância  $l$  é mostrado na figura 1.17.

$$\tau = \frac{l}{v} = \frac{l}{\frac{1}{\sqrt{LC}}} = l\sqrt{LC} \quad (s) \quad (1.28)$$

Onde:

$v$  é a velocidade de propagação da onda em (m/s);

$L$  é a indutância da LT em (H);

$C$  é a capacitância da LT;

$l$  é o comprimento da LT.

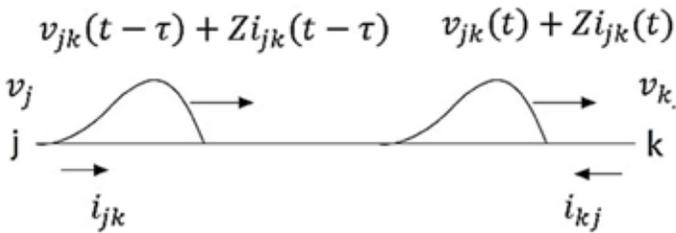


Figura 1.17 - Deslocamento de onda entre duas extremidades de LT

A equação que relaciona tensão e corrente entre as extremidades  $j$  e  $k$  de um trecho de linha com tempo de trânsito  $\tau$  é dada por:

$$v_j(t - \tau) + Zi_{jk}(t - \tau) = v_k(t) - Zi_{kj}(t) \quad (1.29)$$

Onde a corrente positiva é do nó  $j$  para o nó  $k$ .

Analogamente, para uma onda deslocando-se de  $k$  para  $j$ .

$$v_k(t - \tau) + Zi_{kj}(t - \tau) = v_j(t) - Zi_{jk}(t) \quad (1.30)$$

De (1.30):

$$i_{jk}(t) = \frac{1}{Z} v_j(t) - i_j(t - \tau) \quad (1.31)$$

$$i_j(t - \tau) = i_{kj}(t - \tau) + \frac{1}{Z} v_k(t - \tau) \quad (1.32)$$

De (1.29):

$$i_{kj}(t) = \frac{1}{Z} v_k(t) - i_k(t - \tau) \quad (1.33)$$

$$i_k(t - \tau) = i_{jk}(t - \tau) + \frac{1}{Z} v_j(t - \tau) \quad (1.34)$$

Substituindo (1.31) em (1.34), para  $t = t - \tau$ , vem:

$$i_k(t - \tau) = \frac{1}{Z} v_j(t - \tau) - i_j(t - 2\tau) + \frac{1}{Z} v_j(t - \tau) = \frac{2}{Z} v_j(t - \tau) - i_j(t - 2\tau) \quad (1.35)$$

Substituindo (1.33) em (1.32), para  $t = t - \tau$ , temos:

$$i_j(t - \tau) = \frac{1}{Z} v_k(t - \tau) - i_k(t - 2\tau) + \frac{1}{Z} v_k(t - \tau) = \frac{2}{Z} v_k(t - \tau) - i_k(t - 2\tau) \quad (1.36)$$

O circuito equivalente é mostrado na figura 1.18.

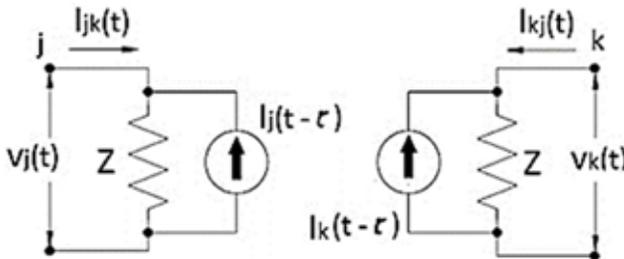


Figura 1.18 - Circuito equivalente da linha de transmissão sem perdas

### Exemplo 1.5

Uma fonte de tensão  $v(t) = 230 \cos 377t$  energiza uma indutância de  $0.1 \text{ H}$  através de uma LT com impedância de surto de  $246 \Omega$ . Um resistor de pré-inserção de  $1000 \Omega$  é inserido durante o chaveamento.

Calcular os transitórios das tensões nos nós  $j$  e  $k$  até  $t = \Delta t$ . O passo de integração é  $\Delta t = 0.1 \text{ ms}$ . O tempo de trânsito da linha é de  $1.5 \text{ ms}$ .

As correntes e tensões são nulas para tempos menores do que zero. O circuito do problema é mostrado na figura 1.19 com o resistor já conectado.

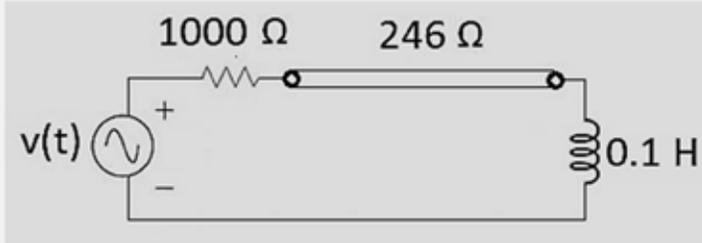


Figura 1.19 - Circuito para o exemplo 1.5

### Solução:

O circuito equivalente para o exemplo é mostrado na figura 1.20, onde a fonte de tensão foi transformada em fonte de corrente.

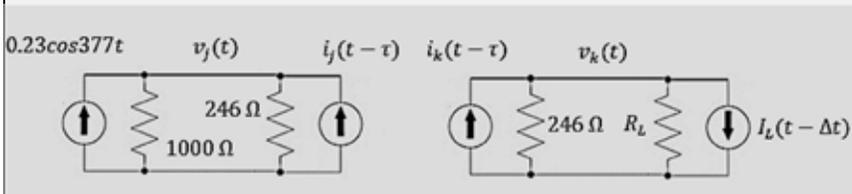


Figura 1.20 - Circuito equivalente

Cálculo da resistência do indutor:

$$R_L = \frac{2L}{\Delta t} = \frac{2 \times 0.1}{0.1 \times 10^{-3}} = 2000 \Omega$$

Montagem da matriz de condutâncias:

$$G_{11} = g'_{10} + g''_{10} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{246} = 0.00506504065$$

$$G_{22} = g'_{20} + g''_{20} = \frac{1}{2000} + \frac{1}{246} = 0.00456504065$$

$$G_{12} = G_{21} = -g_{12} = 0$$

Portanto:

$$\begin{bmatrix} 0.00506504065 & 0 \\ 0 & 0.00456504065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_j(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.23 \cos 377t + i_j(t - 1.5 \times 10^{-3}) \\ i_k(t - 1.5 \times 10^{-3}) - I_L(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_j(t) \\ v_k(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 197.4318 & 0 \\ 0 & 219.0561 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.23 \cos 377t + i_j(t - 1.5 \times 10^{-3}) \\ i_k(t - 1.5 \times 10^{-3}) - I_L(t - \Delta t) \end{bmatrix}$$

As equações de iteração são dadas por:

$$v_j(t) = 197.4318[0.23\cos 377t + i_j(t - 1.5 \times 10^{-3})]$$

$$v_k(t) = 219.0561[i_k(t - 1.5 \times 10^{-3}) - I_L(t - \Delta t)]$$

Usando as equações (1.28) e (1.29), temos:

$$i_k(t - \tau) = \frac{2}{246} v_j(t - \tau) - i_j(t - 2 \times 1.5 \times 10^{-3})$$

$$i_j(t - \tau) = \frac{2}{246} v_k(t - \tau) - i_k(t - 2 \times 1.5 \times 10^{-3})$$

Para a fonte de corrente do indutor, usaremos a equação (1.10).

$$I_L(t - \tau) = \frac{2v_k(t - \tau)}{2000} + I_L(t - 2 \times 0.1 \times 10^{-3})$$

Podemos obter as equações de corrente no tempo  $t$ :

$$i_k(t) = \frac{2}{246} v_j(t) - i_j(t - 1.5 \times 10^{-3})$$

$$i_j(t) = \frac{2}{246} v_k(t) - i_k(t - 1.5 \times 10^{-3})$$

$$I_L(t) = \frac{2v_k(t)}{2000} + I_L(t - 0.1 \times 10^{-3})$$

Para  $t = 0$

$$i_j(-1.5 \times 10^{-3}) = 0$$

$$v_j(0) = 197.4318 \times 0.23 \cos 377 \times 0 + 0 = 45.409314 \quad (V)$$

$$i_k(0) = \frac{2}{246} v_j(0) - i_j(0 - 1.5 \times 10^{-3}) = \frac{2 \times 45.409314}{246} + 0 = 0.369181414$$

$$I_L(-0.1 \times 10^{-3}) = 0$$

$$v_k(0) = 219.0561[i_k(0 - 1.5 \times 10^{-3}) - I_L(0 - 0.1 \times 10^{-3})] = 0$$

Para  $t = \Delta t$

$$v_k(0.1 \times 10^{-3}) = 219.0561[i_k(0.1 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3}) - I_L(0)] = 0$$

$$i_j(0.1 \times 10^{-3}) = \frac{2}{246} v_k(0.1 \times 10^{-3}) - i_k(0.1 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3}) = 0$$

$$v_j(0.1 \times 10^{-3}) = 197.4318 \times 0.23 \cos 377 \times 0.1 \times 10^{-3} + i_j(0.1 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3}) = 45.40930417 + 0$$

$$i_k(0.1 \times 10^{-3}) = \frac{2}{246} v_j(0.1 \times 10^{-3}) - i_j(0.1 \times 10^{-3} - 1.5 \times 10^{-3}) = 0$$

$$I_L(0.1 \times 10^{-3}) = \frac{2v_k(0.1 \times 10^{-3})}{2000} + I_L(0) = 0$$

O código em MATLAB está mostrado a seguir:

```
clc
clear all;
format long;
%Condições Iniciais consideradas
Ij=0;
```

```

lk=0;
Vk=0;
Vj=0;
IL=0;
R = 1000;
tal=1.5e-3;
at=0.1e-3;
Rz=246;
L=0.1;
temptotal=10e-3;
Tal = round(tal/at);
lj(1:Tal)=0;
lk(1:Tal)=0;
RL1=2*L/(at);           %resistência para o modelo do
indutor
intime=round(temptotal/at);           %numero de interações
possiveis no tempo indicado(numero Inteiro de interações mais
próximo)
tempttotal=intime*at;           %tempo ao qual será
calculado a tensão no indutor
G=[(1/R + 1/Rz),0 ;0 , (1/RL1 + 1/Rz)];
Y=inv(G);
for t=1:intime+1
    Vj(t) = Y(1,1)*(0.23*cos(377*at*(t-1)) + lj(t));
    Vk(t) = Y(2,2)*(lk(t) - IL);
    if t>=Tal
        lj(t+1) = (2/Rz)*Vk(t-Tal+1) - lk(t-Tal+1);
        lk(t+1) = (2/Rz)*Vj(t-Tal+1) - lj(t-Tal+1);
        IL = (2/RL1)*Vk(t-Tal+1) + IL;
    end
end
fprintf('Foram feitas %d interações e o valor de tensão Vj e Vk
\npara instante de %ds (%d * passo de interação) \nobtido foi de
%2.19f V e %2.19f V
respectivamente\n',intime,tempttotal,intime,Vj(intime+1),Vk(intime+1))

```

As perdas são inseridas no modelo anterior através da colocação de resistências concentradas, como mostrado na figura 1.21.

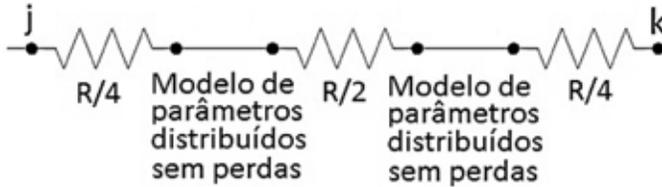


Figura 1.21 - Circuito com parâmetros distribuídos com perdas

Na modelagem trifásica usa-se quantidades modais, que é equivalente a decompor o sistema trifásico em três sistemas monofásicos. No final do estudo efetua-se o processo inverso e obtêm-se as grandezas do sistema trifásico.

Quando a LT trifásica não é transposta, é preciso calcular autovalores e autovetores para obtenção da matriz de transformação de componentes de fase para componentes modais.

### 1.4.3 Modelos com parâmetros dependentes da frequência

O ATPdraw utiliza os seguintes modelos dependentes da frequência:

- Semlyen;
- JMarti;
- Noda (Taku Noda).

Esses modelos usam o processo de convolução.

## 1.5 Os Modelos de Fontes de Corrente para Descarga Atmosférica

Existem quatro fontes diferentes do tipo 15 no software ATPdraw para representar um surto atmosférico. As fontes são a Dupla Exponencial, a fonte Heidler, a Standler e a Cigré e todas podem ser escolhidas como fontes de tensão ou corrente.

### Dupla Exponencial

A figura 1.22 representa essa fonte.

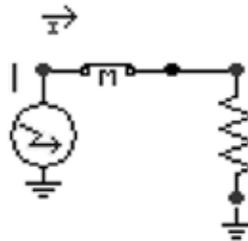


Figura 1.22 - Representação da fonte Dupla Exponencial

Para implementar-se uma fonte do tipo Dupla Exponencial no ATPdraw, devem ser inseridos alguns valores para definir a descarga, indicados por  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $A$ .

Como condições iniciais pode-se adotar que  $\beta$  é muito maior que  $\alpha$ , logo  $X$  será muito menor do que 1. Portanto, deve-se estipular um valor baixo maior que zero para  $X$ . Então, inicia-se um processo iterativo até se alcançar a resposta desejada para um dado valor de erro. Ao fim desse processo, os valores das variáveis devem ser inseridos no modelo da fonte. Esse modelo depende dos valores de pico da descarga e dos tempos de crista e de cauda.

A função que representa essa fonte é mostrada no equacionamento seguinte:

$$f(t) = Amp(e^{At} - e^{Bt}) \quad (1.37)$$

Onde:

Amp = Constante em [A] ou [V]. Não corresponde exatamente ao valor máximo do aumento de onda;

A = Número negativo que especifica inclinação descendente;  
B = Número negativo que especifica a inclinação ascendente.

A figura 1.23 mostra a curva da fonte do tipo exponencial dupla.

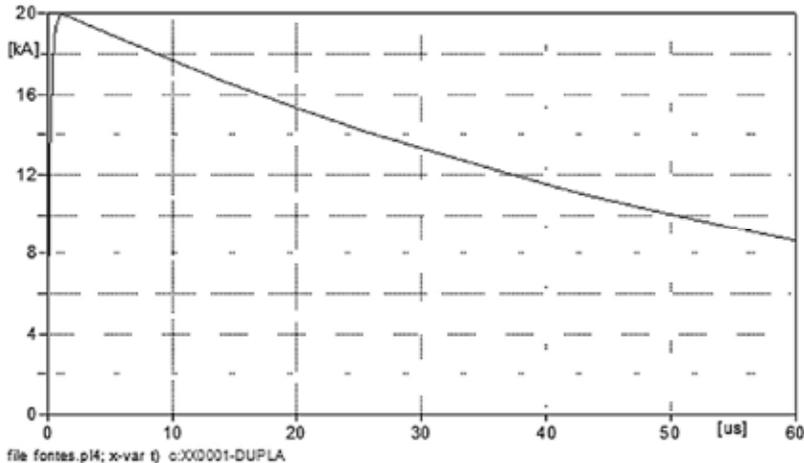


Figura 1.23 - Forma de onda de surto de corrente para a fonte do tipo Dupla Exponencial (1,2/50µs)

Quando a relação entre o tempo de cauda e o tempo de crista é superior a três, os parâmetros encontrados para a curva são precisos e capazes de representá-la adequadamente. Do contrário, tais valores não são precisos, existindo um erro em pelo menos um desses valores. Ou seja, para representar uma onda da forma padrão de corrente, 8/20µs, o uso desse tipo de fonte não é uma boa opção.

A fonte original de dois tipos exponencial-15 tem muitas desvantagens:

- 1) É apenas uma aproximação grosseira das correntes de relâmpago medidas porque o tempo mais elevado da função

ocorre no tempo zero. Isso não corresponde à forma de pulso proposta pelo comitê de estudo do Cigré nº 33.

2) É complicado para o usuário que o campo AMPLITUDE não corresponda para o valor máximo.

3) Finalmente, devido à instabilidade numérica da fórmula (subtração de "duas exponenciais"), oscilações numéricas podem ocorrer.

#### Fonte Heidler

Este modelo foi introduzido por Bernd Stein da FGH. Mannheim. Alemanha Ocidental e é mostrado na figura 1.24.

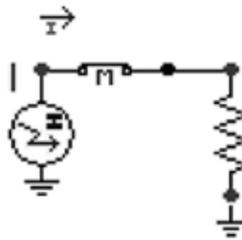


Figura 1.24 - Representação da fonte Heidler

A fonte Heidler possui três parâmetros para sua definição:  $A$ , que é o valor de pico da curva;  $T_f$ , que é o tempo de frente de onda, dado em segundos; e  $\tau$ , que é o tempo em segundos em que a amplitude do surto cai para 37 % do valor de pico. A sua curva é definida pela equação 1.38.

$$f(t) = A \left( \left( \frac{t}{T_f} \right) \left( \frac{n}{\left( 1 + \left( \frac{t}{T_f} \right)^n \right) e^{-\left( \frac{t}{\tau} \right)}} \right) \right) \quad (1.38)$$

Onde:

$n$  é um fator de influência de taxa de crescimento da função, que aumenta proporcionalmente com a declividade da onda do surto.

A figura 1.25 mostra a curva da fonte do tipo Heidler.

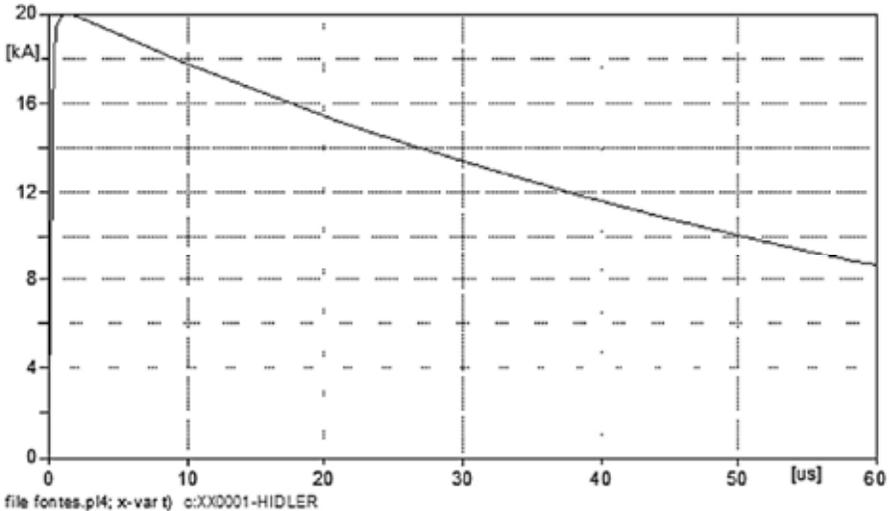


Figura 1.25 - Forma de onda de surto de corrente para a fonte do tipo Heidler (1,2/50 $\mu$ s)

Como os valores conhecidos de uma descarga são os tempos de frente de onda, de cauda e o pico de corrente ou tensão, dois parâmetros para esse tipo de fonte de surto já estão definidos. O valor de  $\tau$  não corresponde ao tempo de cauda, já que este é o tempo para que a amplitude da curva seja de metade de seu valor máximo, mas os dois valores são próximos. A forma mais prática de se determinar  $\tau$  é fazer simulações sucessivas, tendo como valor inicial o tempo de cauda, até que a forma obtida represente adequadamente a descarga desejada.

O modelo é razoável e preciso para “funções de sobretensão normalizadas” (por exemplo, 1,2:50). Mas pode se comportar muito estranho para outras formas (por exemplo, 1,2

- 1.4). No último caso, o usuário quase não tem controle sobre os parâmetros AMPLITUDE e  $\tau$ .

#### Fonte Standler

A fonte Standler é mostrada na figura 1.26.

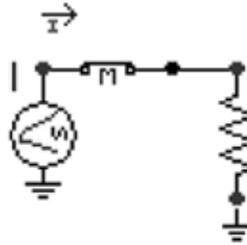


Figura 1.26 - Representação da fonte Standler

A fonte do tipo Standler é obtida a partir de uma função próxima da fonte anterior, mas as variáveis representam parâmetros diferentes:  $\tau$  é o tempo de cauda;  $Amp$  é uma constante; e  $n$  é um expoente. A equação da fonte de Standler é dada por:

$$f(t) = Amp \left( \frac{t}{\tau} \right)^n e^{-\left( \frac{t}{\tau} \right)} \quad (1.39)$$

Esse tipo de onda apresenta uma forma de parametrização mais complexa que o tipo Heidler, já que apenas o dado de tempo de cauda é inserido diretamente nesse modelo de fonte. A representação da forma de onda é mostrada na figura 1.27.

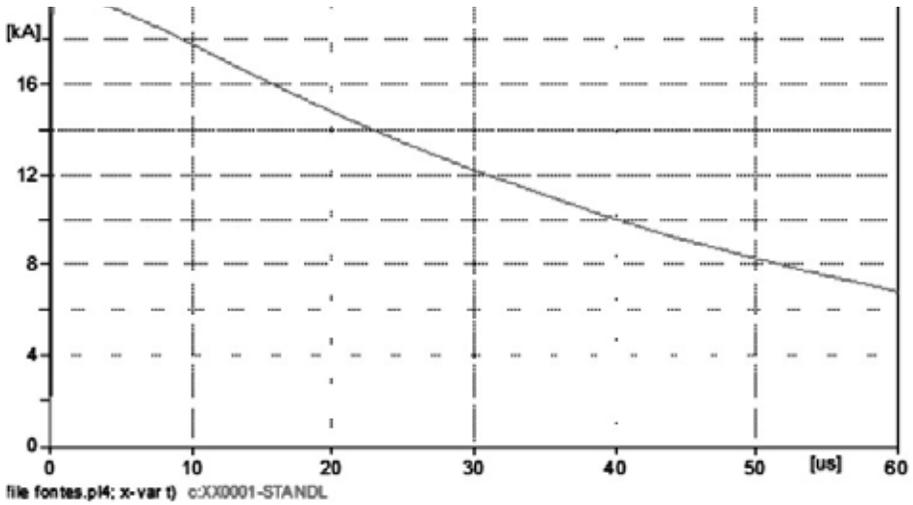


Figura 1.27 - Forma de onda de surto de corrente para a fonte do tipo Standler (1,2/50 $\mu$ s)

### Fonte Cigré

A fonte Cigré é mostrada na figura 1.28.

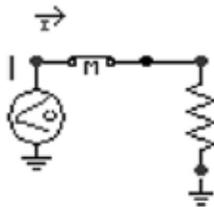


Figura 1.28 - Representação da fonte Cigré

A fonte do tipo Cigré (figura 1.29) apresenta como variáveis:  $A$ , que é sua amplitude;  $T_f$ , que é o tempo de frente de onda;  $T_h$ , que é o tempo de cauda;  $S_{m\acute{a}x}$ , que é a máxima taxa de aumento, amperes por segundo, no caso de uma fonte de corrente, e volts por segundo, no caso de uma fonte de tensão.

$U/I = 0$ : fonte de tensão.

-1: fonte atual.

Amp = Amplitude em [A] ou [V] da função.

$T_f$  = A constante de tempo da frente em seg.

$T_h$  = Constante de tempo de cauda em seg.

$S_{m\acute{a}x}$  = inclinação máxima [amps ou volts por segundo].

$T_{sta}$  = Tempo de início em seg. Valor da fonte zero para

$T < T_{sta}$ .

$T_{sto}$  = Tempo de término em seg. Valor da fonte zero para  $T > T_{sto}$ .

Nó: CIGRÉ = Nó positivo da função de sobretensão.

O nó negativo é aterrado.

Como as variáveis que definem um surto são os valores de pico e os tempos de crista, ou frente de onda, e de cauda, não é comum ter-se a taxa de variação da curva como dado inicial da simulação. Isso faz com que a obtenção dos parâmetros para esse tipo de fonte seja mais complexa.

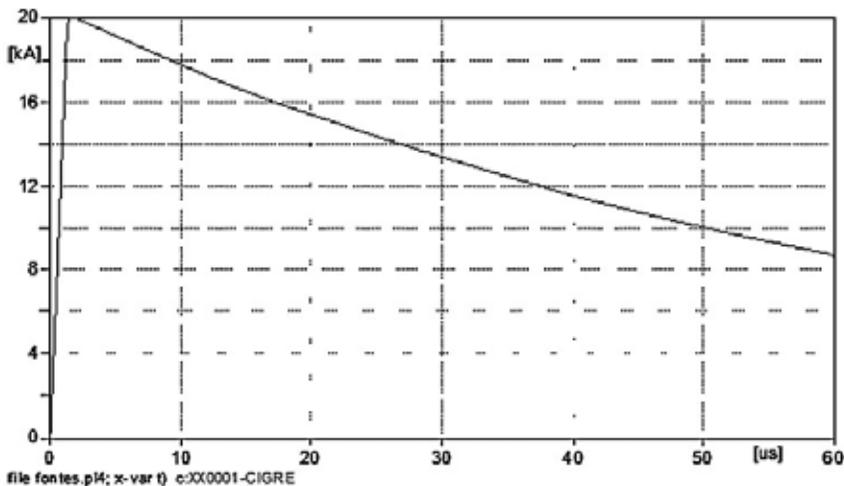


Figura 1.29 - Forma de onda de surto de corrente para a fonte do tipo Cigré (1,2/50μs)

A escolha de uma entre as quatro fontes deve ser pautada na comparação entre as mesmas.

## 1.6 Oscilações Numéricas

Várias metodologias que aproveitam as vantagens da regra trapezoidal têm sido propostas. No entanto, esse método apresenta oscilações numéricas. O passo de integração escolhido determina a máxima frequência que pode ser simulada. Isso significa que o usuário deve conhecer antecipadamente a faixa de frequências do processo transitório que está sendo simulado, pois podem existir transitórios em diferentes frequências nas várias barras do sistema de potência em estudo.

Em muitos casos a regra trapezoidal provoca desvios na solução do processo transitório e introduz oscilações que se mantêm, sem significado físico. Várias técnicas têm sido propostas para controlar ou reduzir essas oscilações: amortecimento adicional, modificação temporal do método de solução, procedimento de ajuste de amortecimento crítico e interpolação.

## 1.7 Uso do ATPdraw

O ATPdraw é uma ótima ferramenta para usuários que estão iniciando o uso de programas da área de sistemas elétricos de potência. Tanto circuitos monofásicos quanto trifásicos complexos e particularmente linhas de transmissão com parâmetros concentrados, distribuídos e parâmetros dependentes da frequência podem ser construídos e simulados usando o ATPdraw.

A capacidade do programa-padrão distribuído é a seguinte: 6.000 nós, 10.000 ramos, 900 fontes, 2.250 elementos não lineares, 1.200 chaves e 90 máquinas síncronas.

Todos os componentes do ATPdraw podem ser vistos na figura 1.30, (a) e (b).

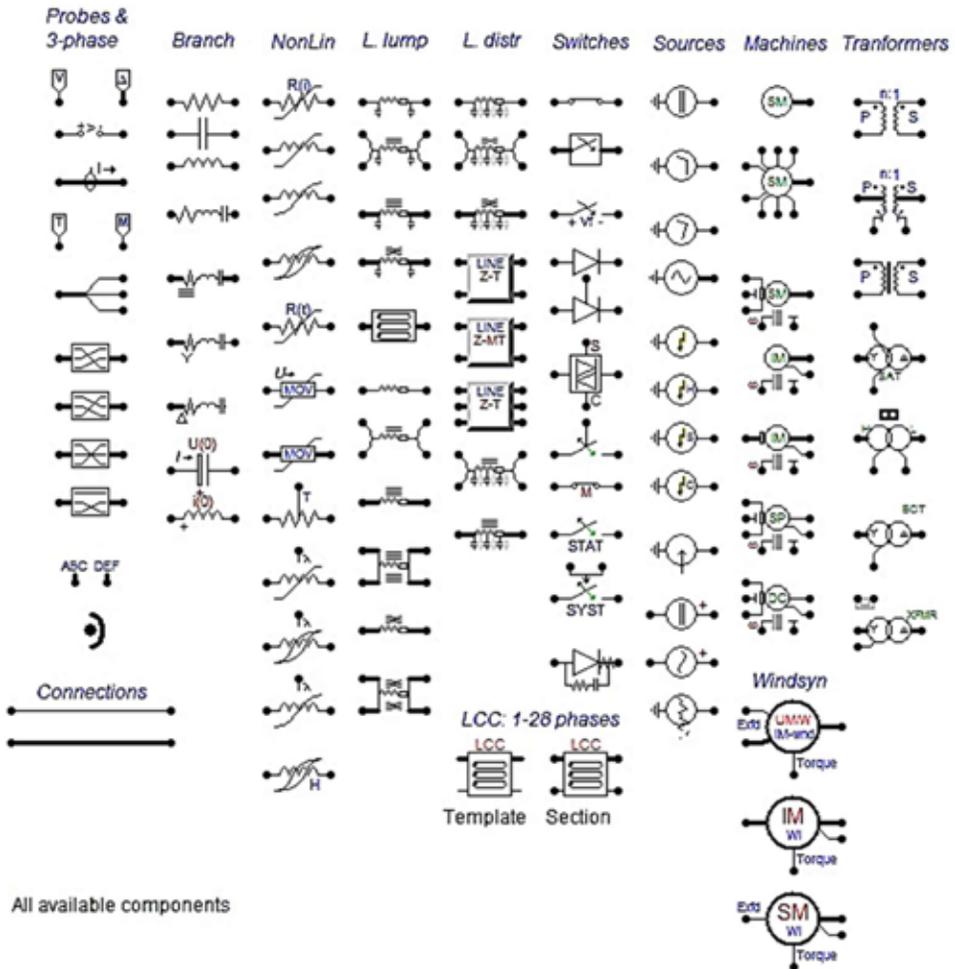


Figura 1.30(a) - Componentes do ATPdraw

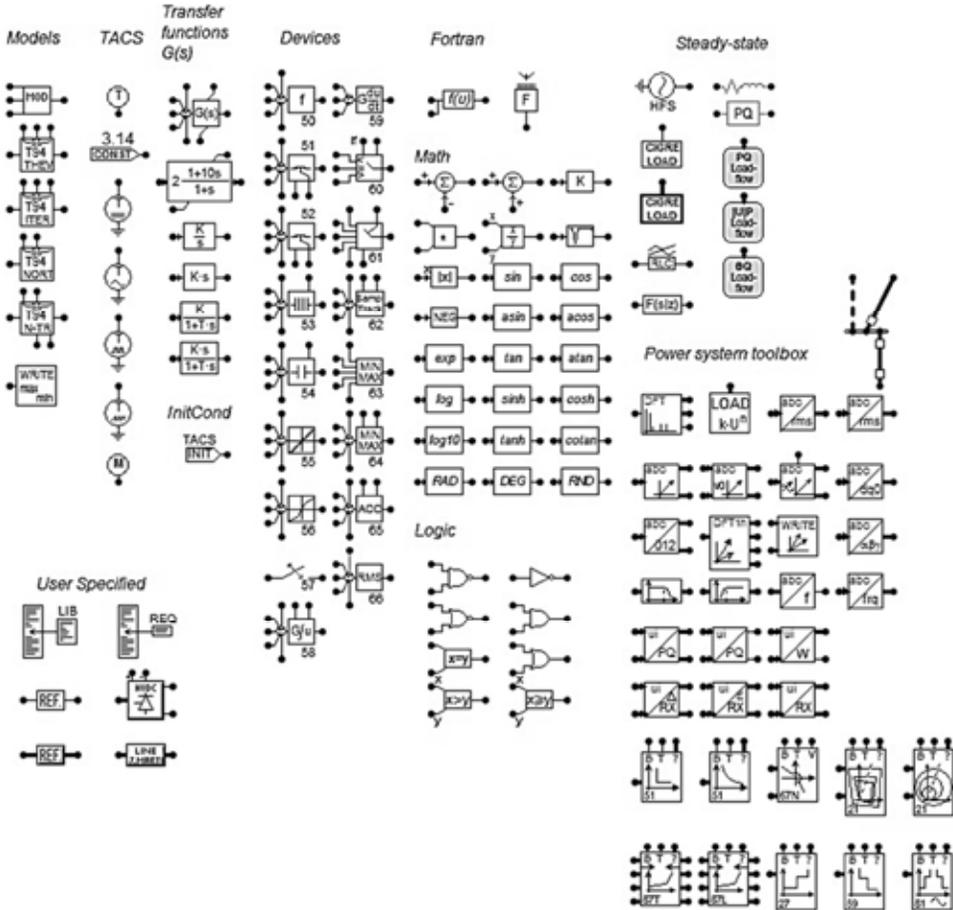


Figura 1.30(b) - Continuação para componentes do ATPdraw

O ATPdraw pode ser obtido em diferentes fontes ao redor do mundo como mostrado na figura 1.31.

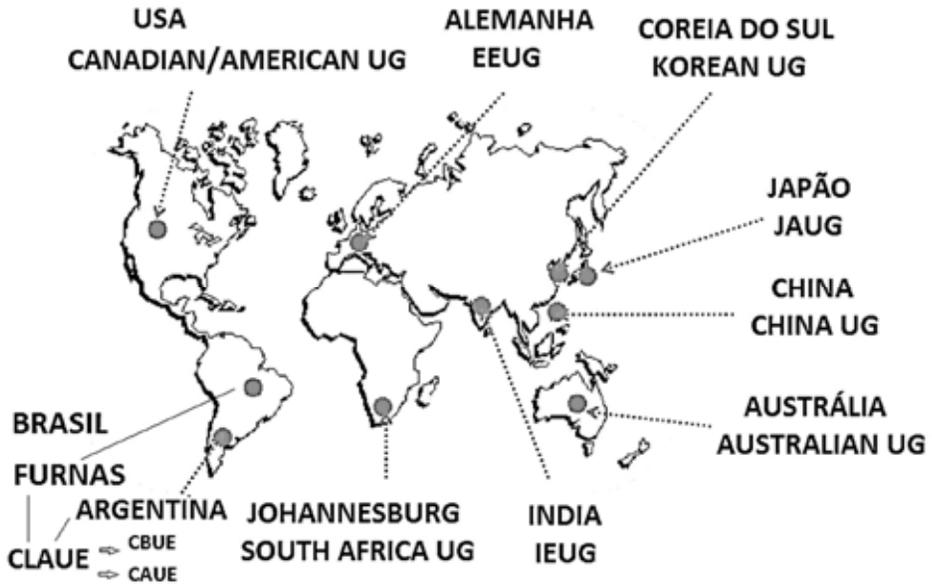


Figura 1.31 - Localização dos grupos do ATPdraw

No Brasil, o contato é através do engenheiro Guilherme Sarcinelli Luz, Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS):

[sarcinelli@ons.com.br](mailto:sarcinelli@ons.com.br). Na América do Sul:

Guillermo Vinasco, ISA, Colombia,

[gevinasco@isa.com.co](mailto:gevinasco@isa.com.co)

Tel.: 57-4-3157991 Fax: 57-4-3171560

Dirección Postal: Guillermo Vinasco - Interconexión Eléctrica S.A.

Calle 12 sur #18-168

Medellín, Colombia, Sur América

Depois da instalação do programa, deve ser realizada a configuração do ATPdraw, fazendo o procedimento acionar Tools - Options - Preferences e configurar o programa conforme a figura 1.32.

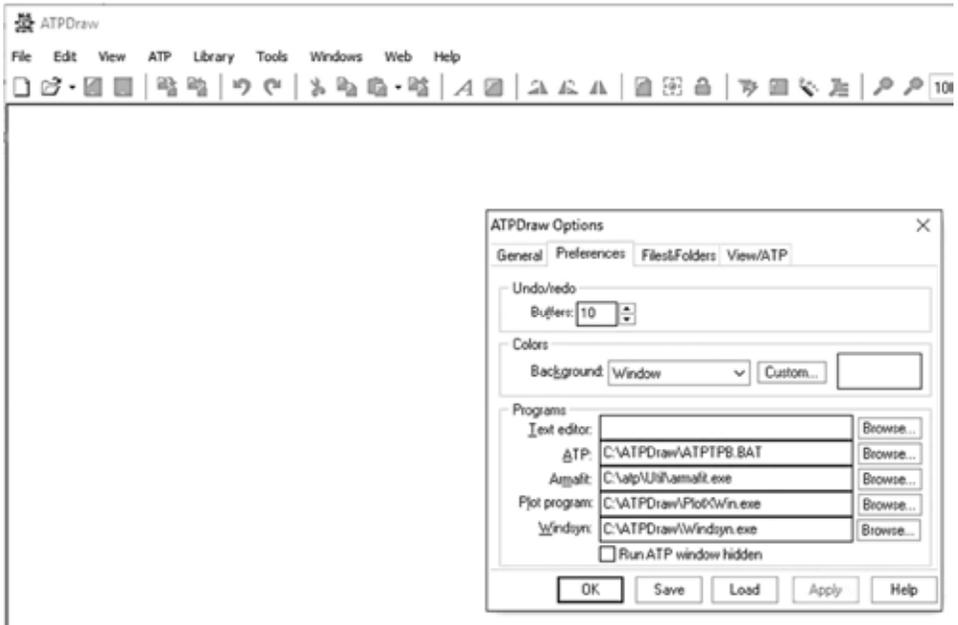


Figura 1.32 – Configuração do ATPdraw

Os elementos básicos para simulação de circuitos elétricos no ATPdraw são mostrados nas figuras 1.33, 1.34, 1.35 e 1.36 e descritos a seguir. As respectivas figuras são obtidas pressionando-se a tecla direita do mouse na tela do ATPdraw.

Componentes-padrão para medição (Probes & 3-phase):

Probe Volt: voltímetro (tensão para terra);

Probe Branch Volt.: voltímetro (tensão entre 2 pontos do circuito);

Probe Current: Amperímetro (corrente em um ramal do circuito);

Splitter: transforma um nó monofásico em trifásico ou vice-versa.

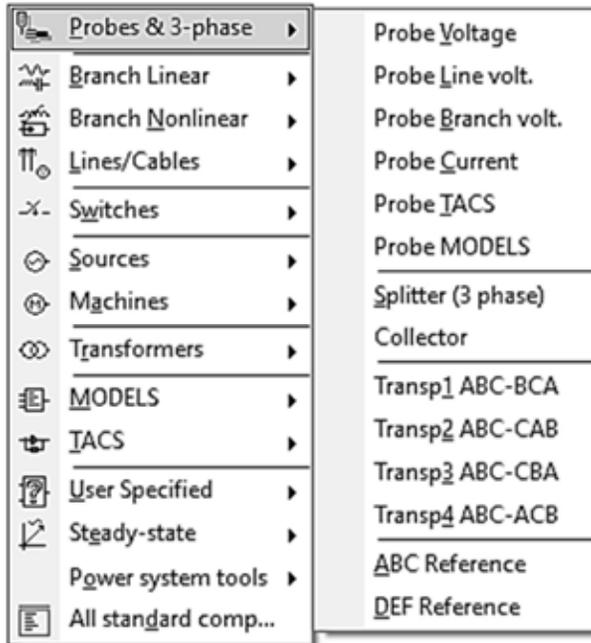


Figura 1.33 - Componentes-padrão para medição

Ramais lineares (Branch linear):

Resistor: resistor ideal;

Capacitor: capacitância;

Indutor: indutância;

RLC: ramal/carga monofásica com R-L-C em série;

RLC 3-ph: ramal trifásico com R-L-C em série;

RLC-Y 3-ph: carga trifásica conectada em estrela;

RLC-D 3-ph: carga trifásica conectada em delta;

C:  $U(0)$ : condensador com carga inicial;

L:  $I(0)$ : autoindução com carga inicial.

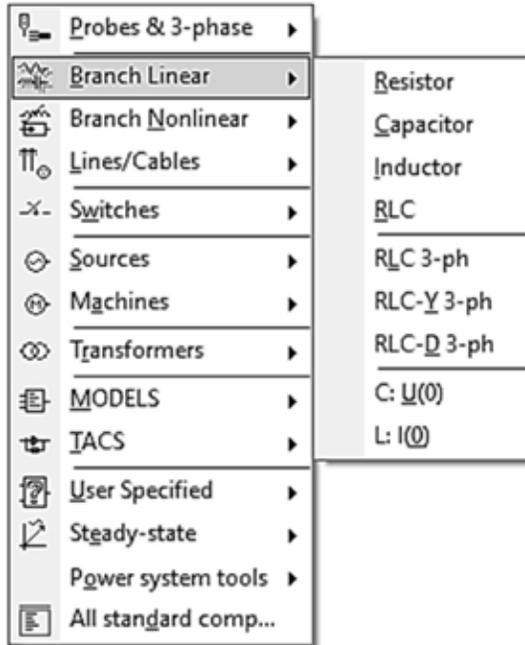


Figura 1.34 – Componentes de ramais lineares

Interruptores (Switches):

Switch time controlled: interruptor monofásico controlado por tempo;

Switch time 3-ph: interruptor trifásico controlado por tempo (fases independentes).

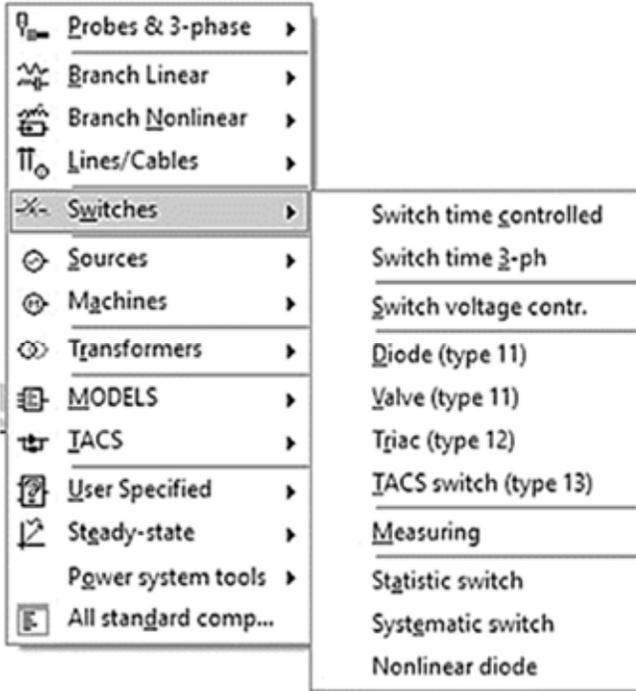


Figura 1.35 - Chaves

Fontes (Sources):

AC source: fonte de corrente/tensão, 1/3 fases, aterrado/não aterrado;

AC Ungrounded: fonte AC de tensão sem aterramento.

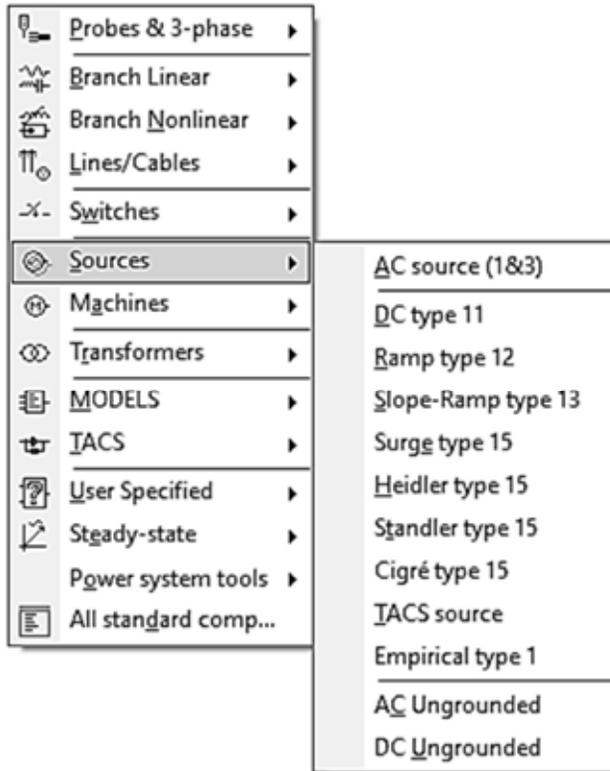


Figura 1.36 – Fontes

Visualizadores gráficos de resultados (PlotXY), figura 1.37:

Nesse visualizador pode-se representar até 8 curvas no mesmo gráfico e representar na mesma folha curvas de 3 arquivos diferentes. As curvas podem ser bem diferenciadas quando são usadas cores diferentes.

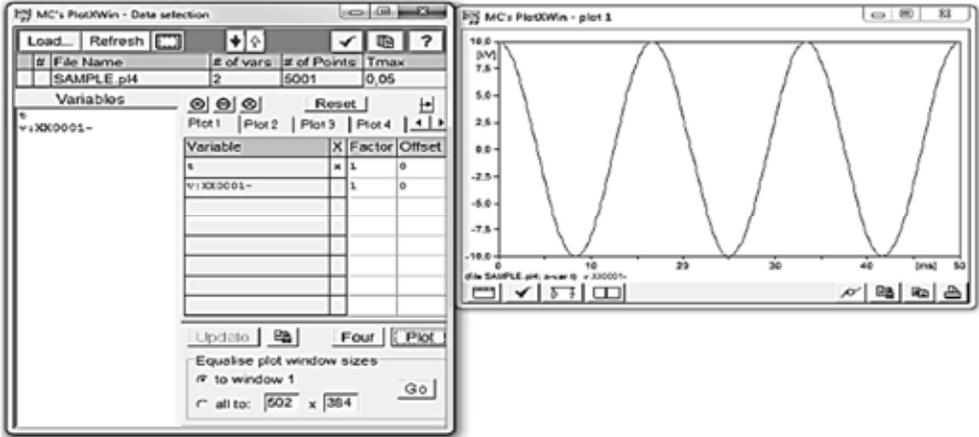


Figura 1.37 - Visualizador PlotXY

### 1.7.1 Primeiro circuito em ATPdraw

Usando o ATPdraw, resolver um circuito RL, com  $R=0.01$  ohm e  $L=10\text{mH}$ , submetido a uma tensão de  $V = 380 \angle 0^\circ \text{ V}$ , 60 Hz. O tempo máximo de simulação é de 0.1 s, e o passo de integração é de  $1.e-8$ . Desenhe a curva de energia dissipada pelo resistor.

**Solução:**



Acione o ícone do ATPdraw. Depois, com o mouse, aperte file – new e aparecerão as telas seguintes:

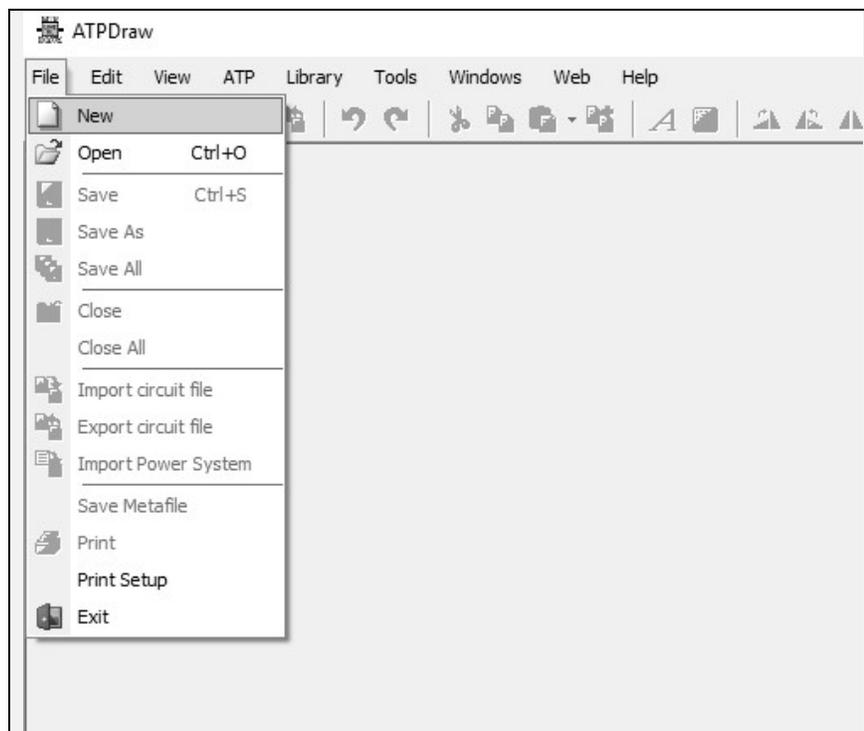


Figura 1.38 - Tela do ATPdraw

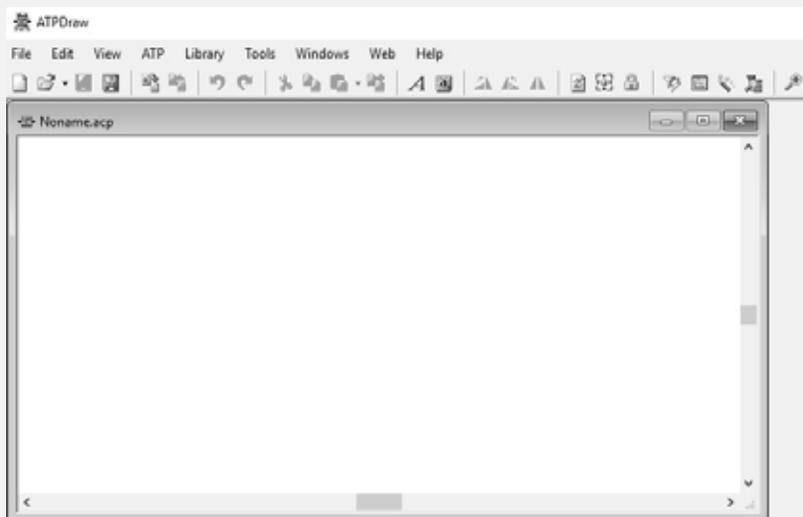


Figura 1.39 - Tela em branco do ATPdraw

Aperte no lado direito do mouse e leve o cursor até source.

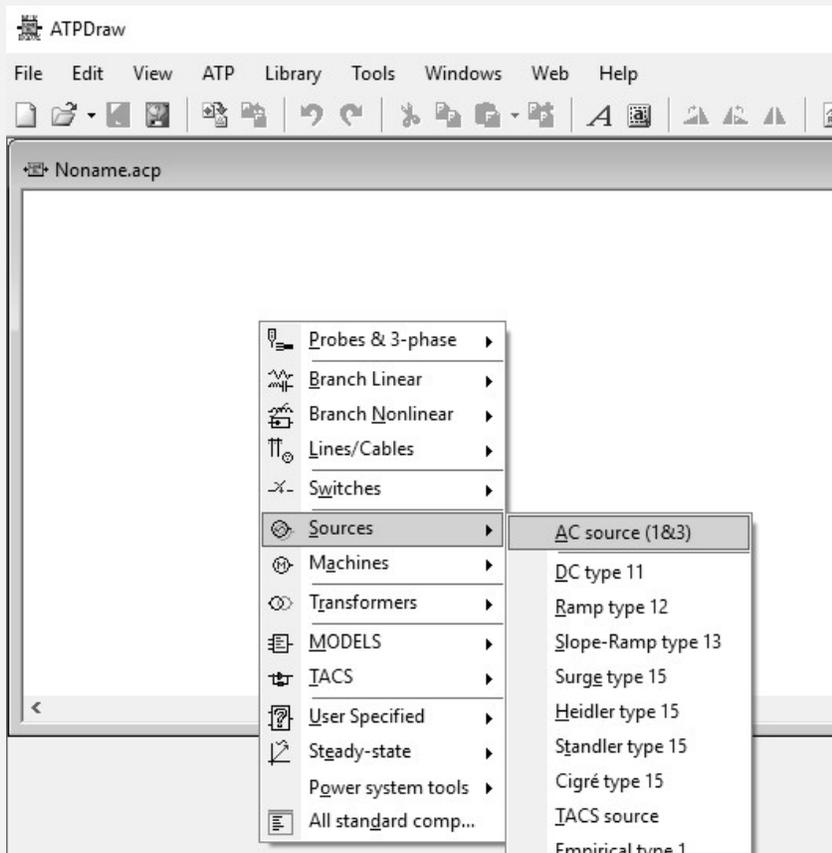


Figura 1.40 – Tela do ATPdraw para escolha de fontes

Aperte duas vezes o lado direito do mouse: a janela para colocar os valores da fonte aparecerá e o valor dado no enunciado deverá ser colocado, substituindo os valores que são default.

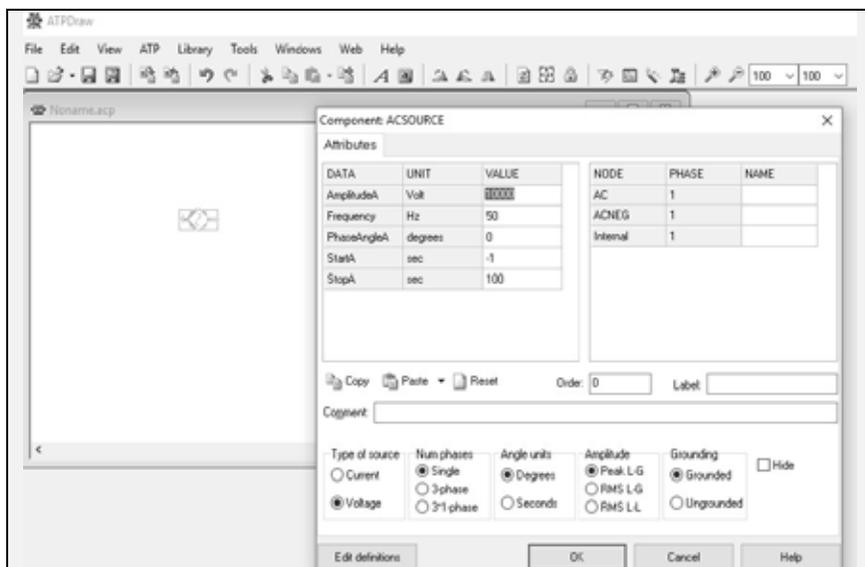


Figura 1.41 - Tela do ATPdraw para colocação dos valores de fontes

Repeita o procedimento anterior para colocar o resistor no circuito.

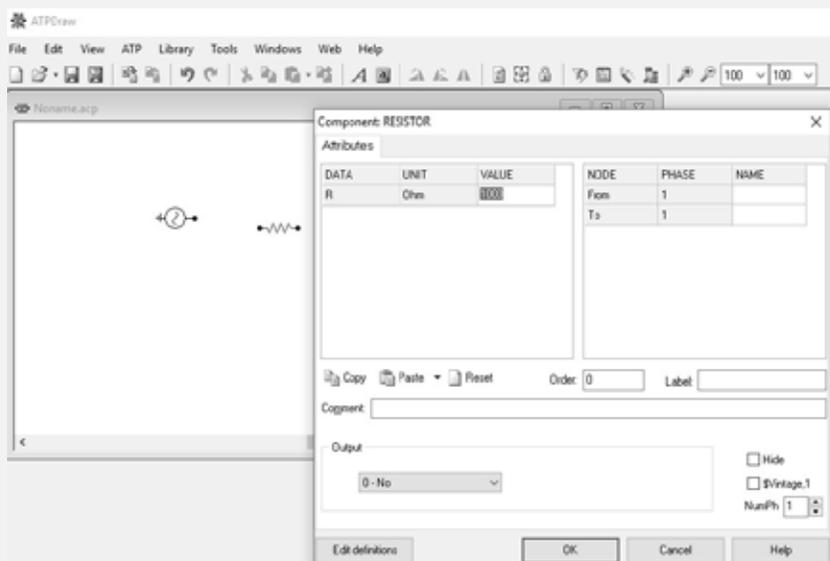


Figura 1.42 - Tela do ATPdraw para colocação de valor no resistor

Arraste o resistor com o mouse e conecte-o com a fonte.

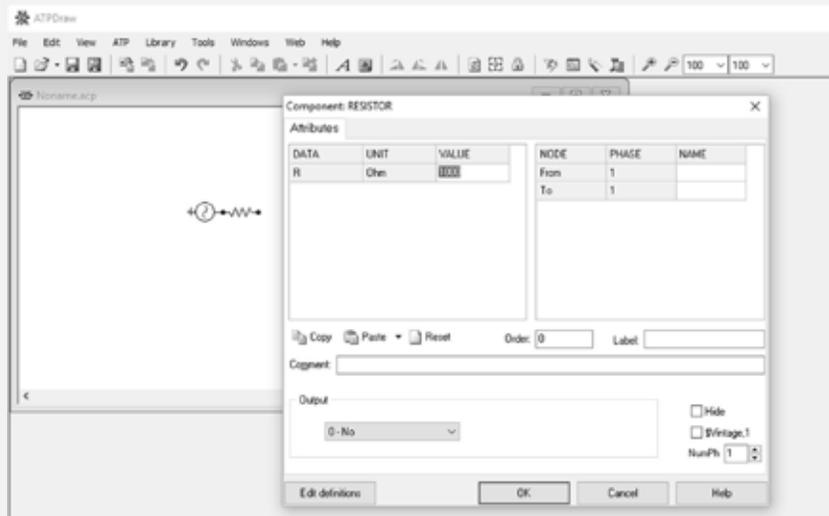


Figura 1.43 - Tela do ATPdraw mostrando a conexão do resistor

Repita o procedimento para colocar o indutor no circuito. Gire o indutor apertando o lado direito do mouse e depois clicando em rotate. Coloque o mouse sobre o nó do indutor e aperte o seu lado direito. Aparecerá uma janela para fazer o aterramento do nó, marcando a caixa ground.

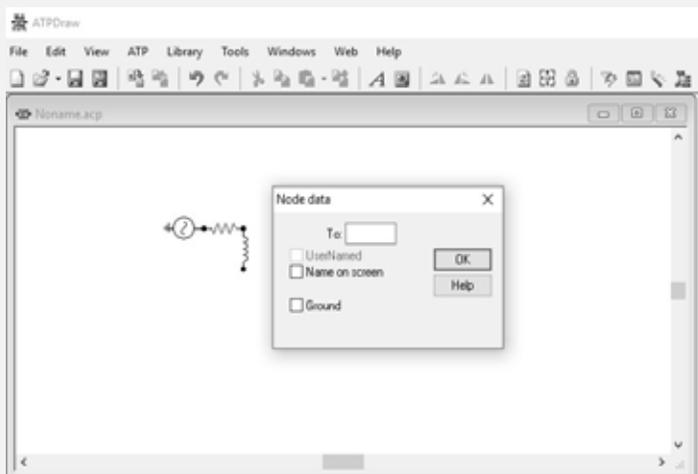


Figura 1.44 - Tela do ATPdraw mostrando a rotação e conexão do indutor

Separe a fonte, coloque o probe de corrente e dois probes de voltagem e o circuito estará pronto para a simulação. Dê dois cliques sobre cada probe para configurá-los. Salve o arquivo com um nome. Depois leve o mouse até ATP – settings e configure a simulação mudando os valores default.

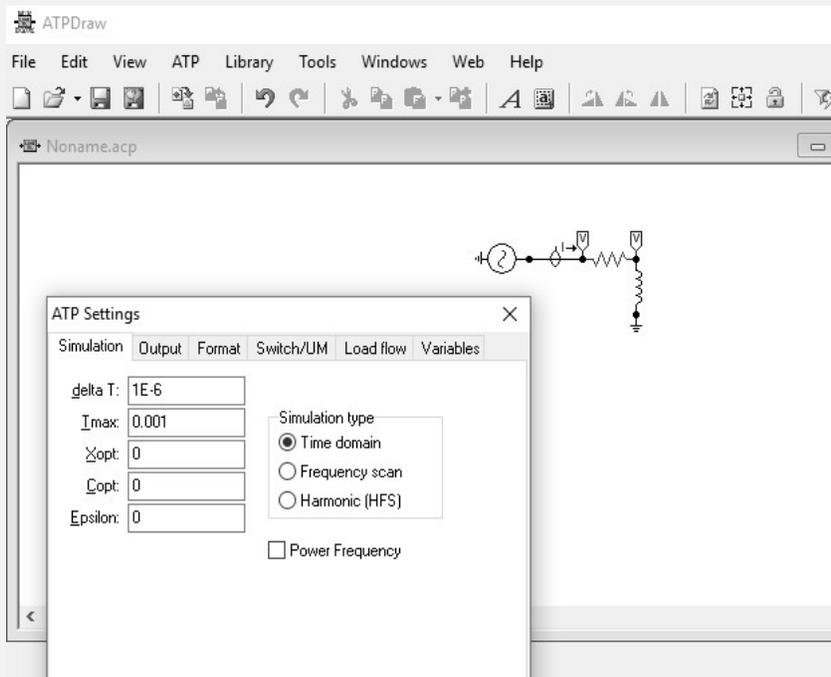


Figura 1.45 – Tela do ATPdraw mostrando a tela settings para colocação de valores

Então, leve o mouse até ATP → run ATP e depois até run Plot, marque quais as curvas que quer plotar e a tela com os resultados da simulação do circuito mostrará a tela seguinte.

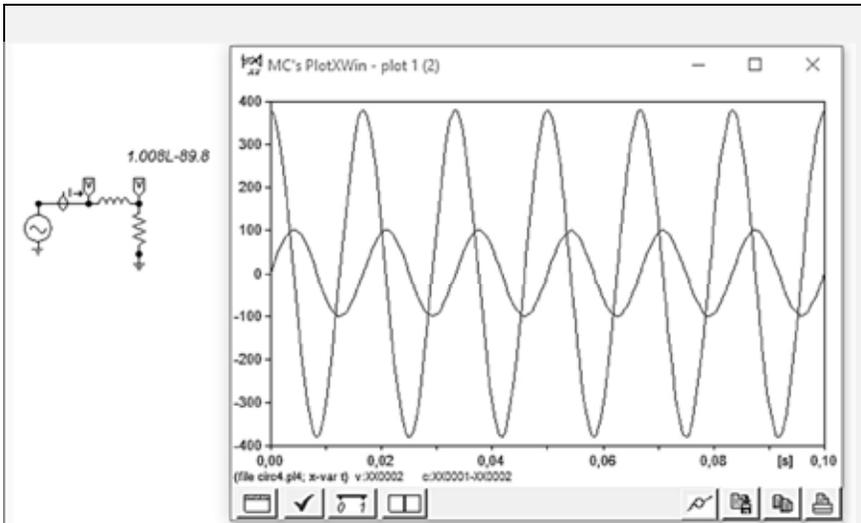


Figura 1.46 – Tela do ATPdraw com PlotXY mostrando gráfico com tensão e corrente no circuito

Note que a corrente está atrasada da tensão por  $89.8^{\circ}$ .

Em seguida, dê dois cliques sobre o resistor e marque a opção Power & Energy. Processe novamente o circuito e plote o gráfico da energia usando a tensão e a corrente no resistor.

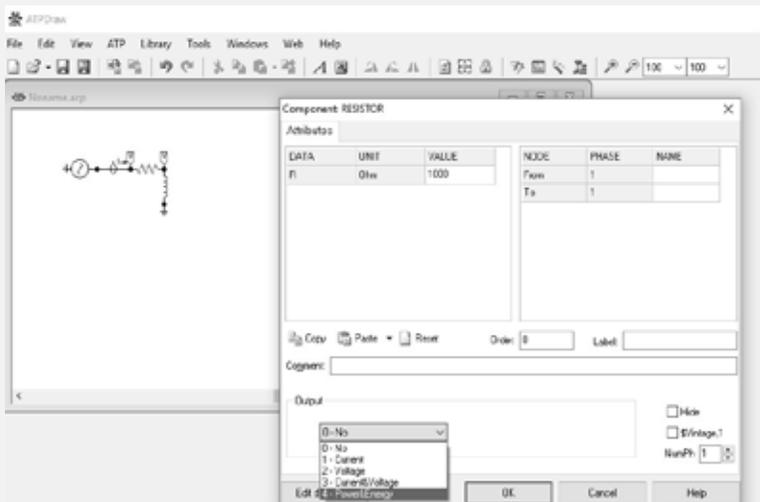
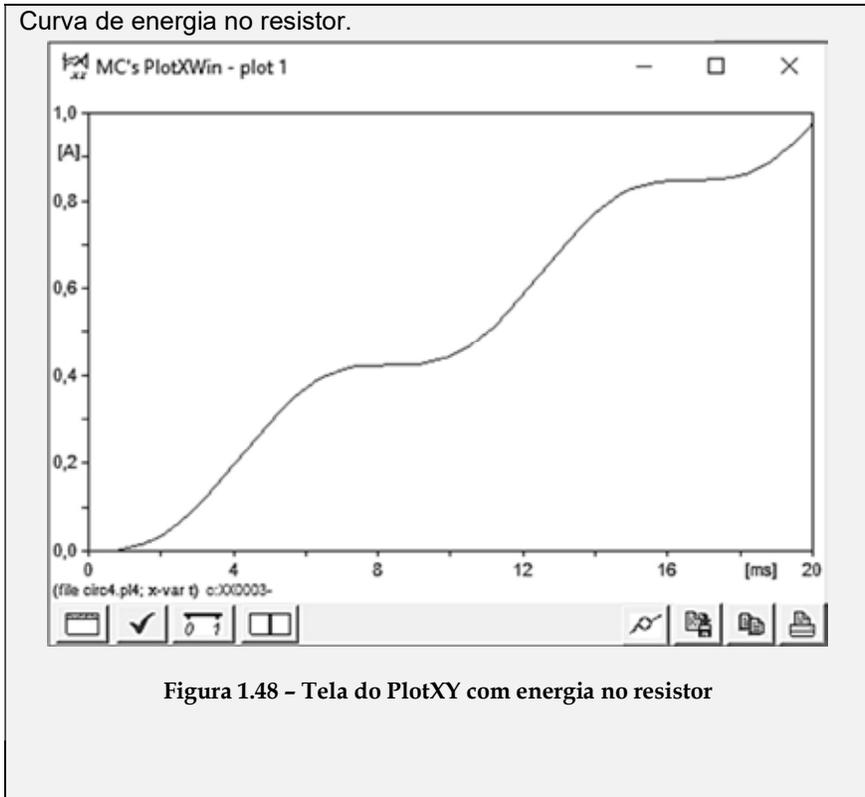


Figura 1.47 – Tela do ATPdraw para marca medição de energia no resistor



## 1.7.2 Uso da rotina Line Constant

A rotina Line Constant (Line Cable Constant - LCC) é referência no cálculo de parâmetros de linhas de transmissão.

Para utilizar a rotina Line Constant, aperte file - new e depois com o botão do lado direito do mouse insira o bloco LCC template, como mostrado na figura 1.49.

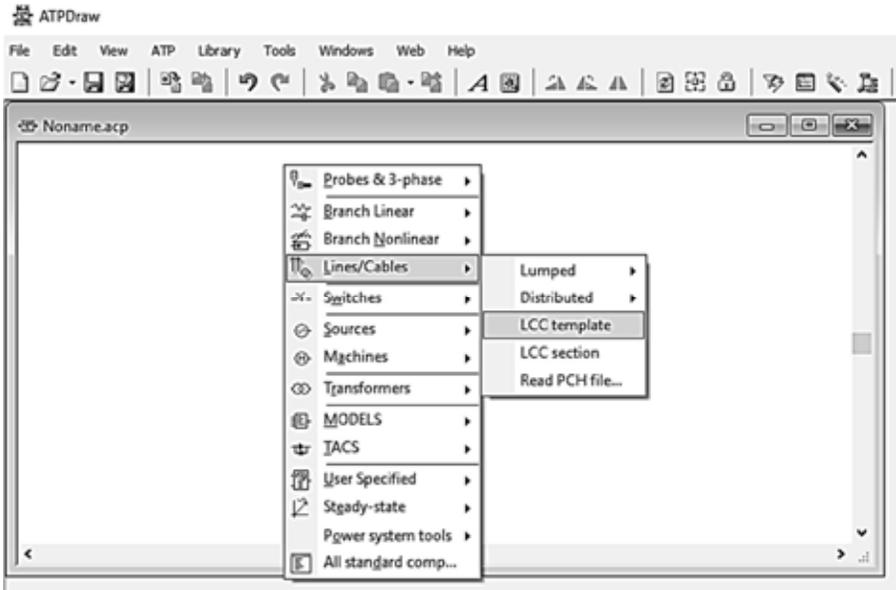


Figura 1.49 - Uso da rotina LCC

Depois de inserido o bloco LCC, a tela ficará como mostrado na figura 1.50.

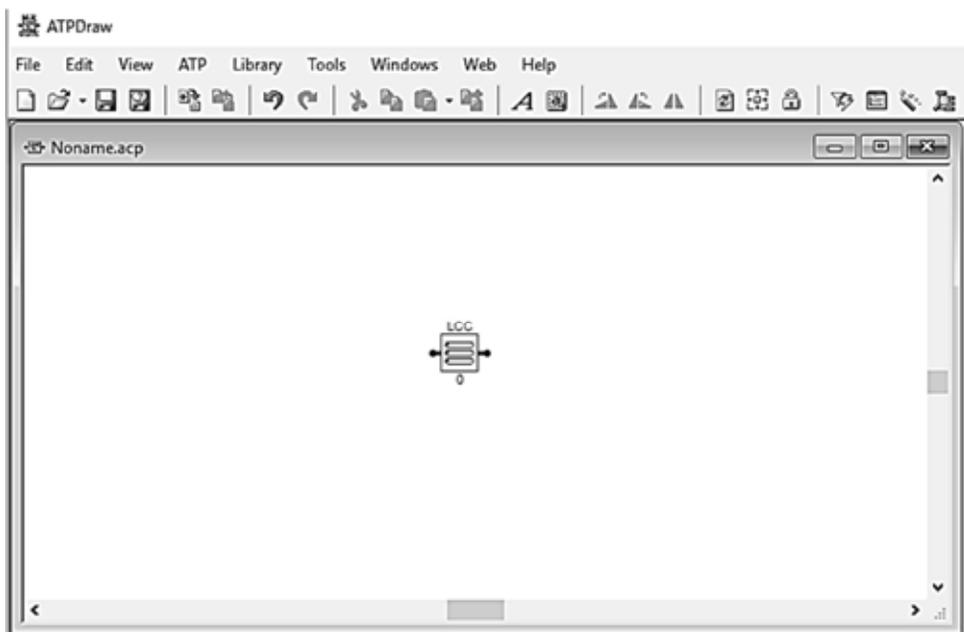


Figura 1.50 - Bloco LCC no ATPdraw para o estudo dos parâmetros de linha de transmissão

Pressionando o bloco duas vezes, a tela da rotina é apresentada na aba "Model", como mostrado na figura 1.51.

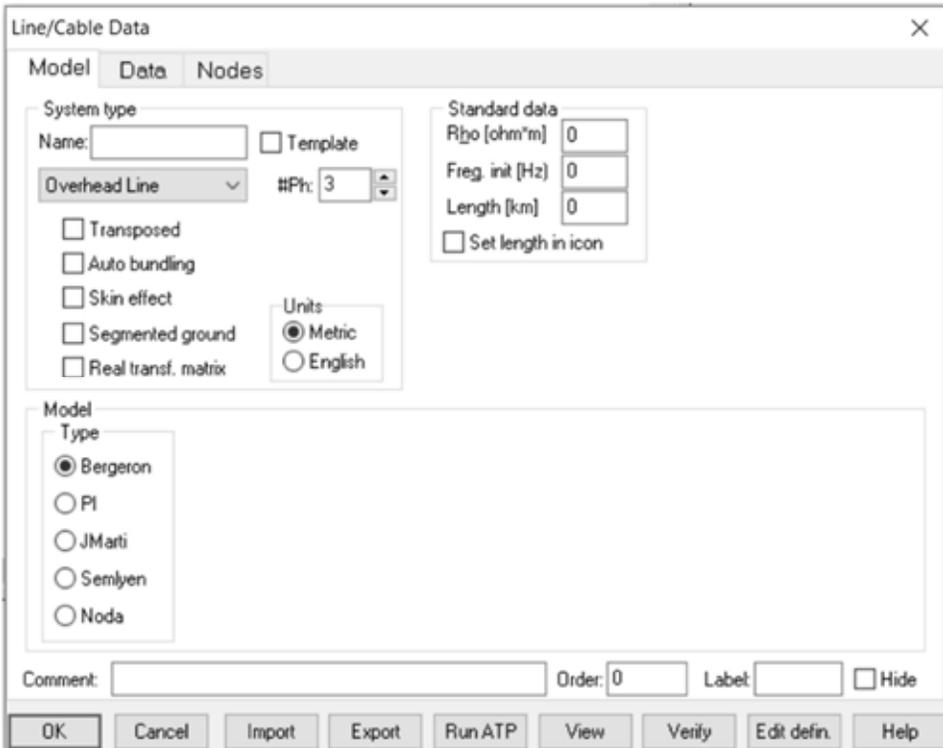


Figura 1.51 - Aba Model na tela de elaboração do estudo dos parâmetros de linha do bloco LCC

Na tela apresentada na figura 1.51 é possível realizar diversos estudos e escolher diversas características da rede tanto para linhas aéreas, quanto para cabos subterrâneos:

a) System type: local de escolha do tipo de linha de transmissão, se aérea ou subterrânea. Para linhas aéreas, a opção escolhida deve ser Overhead Line. Nessa seção é também possível determinar o número de fases (igual a 3, para linhas trifásicas simples, ou 6, para linhas trifásicas em circuito duplo), incorporar o efeito pelicular (Skin Effect), subcondutores por fase (Autobundling), Segmented ground, informando que os cabos para-raios são aterrados em cada estrutura, escolher a unidade de medida, entre outros;

- b) Model: local de escolha do tipo de saída ou modelo utilizado nos cálculos. O modelo de linha PI é muito utilizado;
- c) Standard data: características nominais da linha como a resistividade do solo, frequência da rede e o comprimento da linha.

Nos botões na parte inferior da janela apresentada na figura 1.51, destacam-se:

- a) Import: utilizado para importar os dados de um estudo já realizado anteriormente na extensão “.alc”;
- b) Export: salva o presente estudo com todos os seus dados em um arquivo com extensão “.alc”;
- c) Run ATP: executa o estudo gerando um cartão de saída de texto com formato “.lis”;
- d) View: pré-visualiza a estrutura durante a inserção dos dados.

Na aba Data, apresentada na figura 1.52, é possível inserir os dados do cabo condutor ou cabo para-raios:

Ph.no – número do condutor de fase. Quando o número for zero, temos um cabo para-raios;

Rout – raio externo do condutor;

Horiz – distância na horizontal do condutor ou cabo para-raios até o centro da torre. Se o condutor ou cabo para-raios estiver do lado esquerdo da torre, a distância é negativa e, do lado direito, positiva;

Vtower – altura do condutor ou cabo para-raios até o solo;

Vmid – altura do condutor ou cabo para-raios no meio do vão.

Calculado a partir da flecha do condutor ou cabo para-raios.

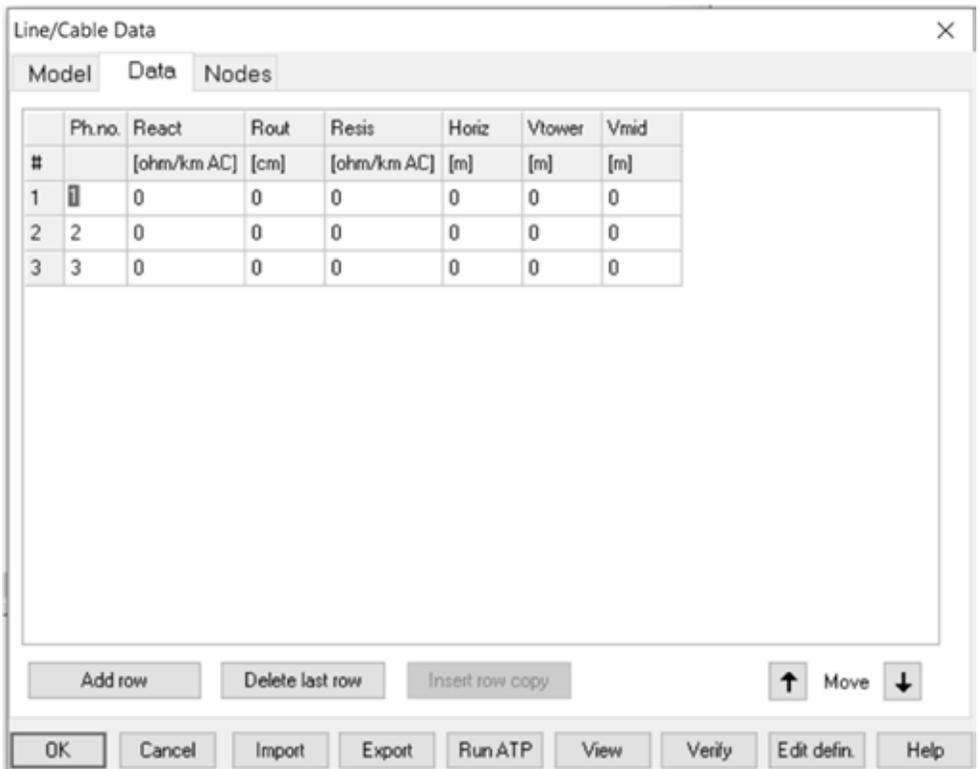


Figura 1.52 - Aba Data na tela de elaboração do estudo dos parâmetros de linha do bloco LCC

As figuras 1.53 e 1.54 mostram as telas anteriores preenchidas com dados de uma LT de 500 kV com circuito duplo.

Line/Cable Data

Model Data Nodes

System type  
Name:   Template

Overhead Line  Transposed #Ph: 6

Auto bundling  
 Skin effect  
 Segmented ground  
 Real transf. matrix

Units  
 Metric  
 English

Standard data  
Rho [ohm\*m] 100  
Freq. init [Hz] 60  
Length [km] 1  
 Set length in icon

Model  
Type  
 Bergeron  
 PI  
 JMarti  
 Semlyen  
 Noda

Data  
 Printed output   $\omega$  [C] print out

Output Z  
 [Z]  [Z]-1  
 [Ze]  [Ze]-1  
 [Zs]  [Zs]-1

Output C  
 [C]-1  [C]  
 [Ce]-1  [Ce]  
 [Cs]-1  [Cs]

Comment:  Order: 0 Label:   Hide

OK Cancel Import Export Run ATP View Verify Edit defin. Help

Figura 1.53 - Estudo de parâmetros LT de 500 kV

**Line/Cable Data**

Model    Data    Nodes

#	Ph.no	Rin [cm]	Rout [cm]	Resis [ohm/km DC]	Horiz [m]	Vtower [m]	Vmid [m]	Separ [cm]	Alpha [deg]	NB
1	1	5.19	12.105	0.1321	-9	46.5	27.8	20	0	4
2	2	5.19	12.105	0.1321	-9	36.5	17.8	20	0	4
3	3	5.19	12.105	0.1321	-9	26.5	7.8	20	0	4
4	4	5.19	12.105	0.1321	9	26.5	7.8	20	0	4
5	5	5.19	12.105	0.1321	9	36.5	17.8	20	0	4
6	6	5.19	12.105	0.1321	9	46.5	27.8	20	0	4
7	0	0	0.56	1.4564	11	56	41.8	0	0	0
8	0	0	0.56	1.4564	-11	56	41.8	0	0	0

Figura 1.54 - Parâmetros de LT de 500 kV com circuito duplo

Depois de acionar Run ATP é gerado um arquivo .lis, onde ficam impressos os resultados da LT em análise. Para ter acesso a esse arquivo, pressione tools - text editor, como na figura 1.55.

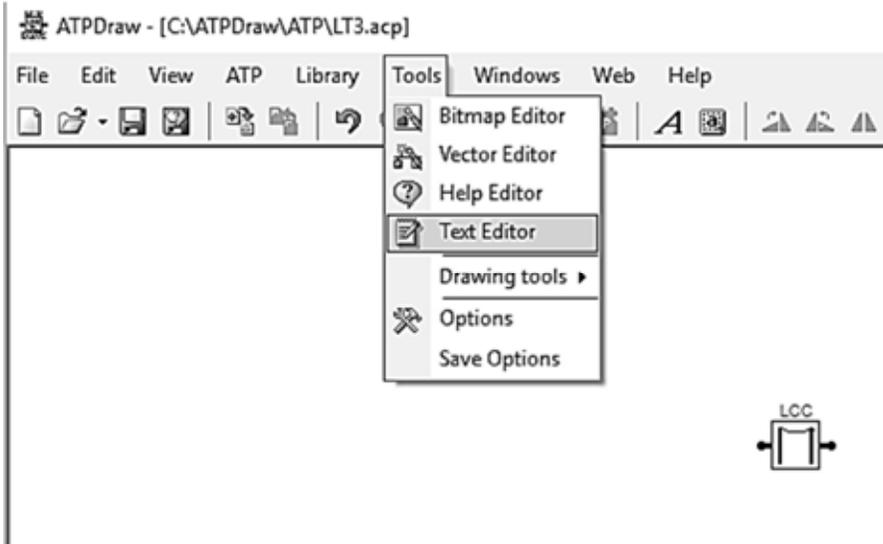


Figura 1.55 - Acesso a arquivo de impressão

Quando a tela do text editor abrir, pressione file – open e escolha os arquivos .lis, como mostra a figura 1.56.

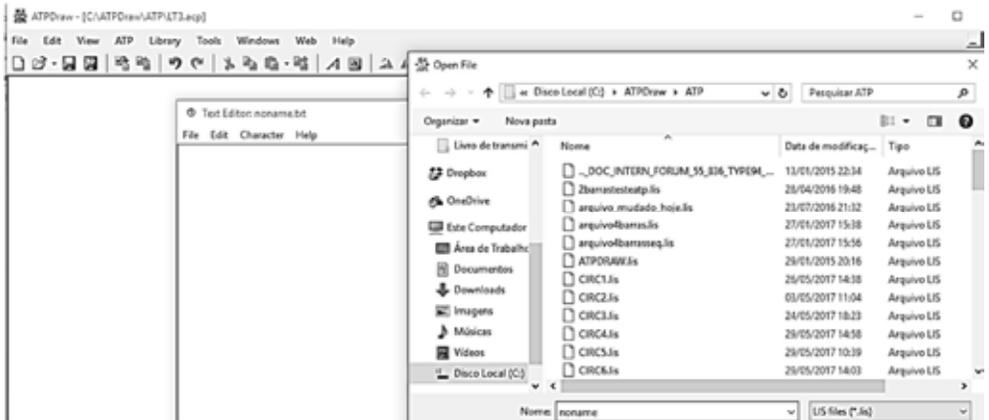


Figura 1.56 - Os arquivos .lis no ATPdraw

Um exemplo de arquivo .lis é mostrado na figura 1.57, (a) e (b).

```

© Text Editor: LT3.lis
File Edit Character Help
--- 15 cards of disk file read into card cache cells 1 onward.
Alternative Transients Program (ATP), Watcom translation. All rights reserved by Can/Am user group of P
Date (dd-mth-yy) and time of day (hh.mm.ss) = 11-Nov-18 11.00.00 Name of disk plot file, if any, is
Consult the 860-page ATP Rule Book of the Can/Am EMTF User Group in Portland, Oregon, USA. Program is n
Total size of LABCOM tables = 14313313 INTEGER words. 31 VARDIM List Sizes follow: 6002 10K 192K 900
120K 2250 3800 720 2K 72800 510 90K 800 90 254 120K 100K 3K 15K 192K 120 45K 600K 600
-----
Descriptive interpretation of input data cards. | Input data card images are shown below, all 80 column
0 1 2 3 4 5
012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345
-----
Comment card. KOMPAT > 0. |C data:C:\ATPDRAM\ATP\LT3.DAT
Marker card preceding new EMTF data case. |BEGIN NEW DATA CASE
Compute overhead line constants. Limit = 120 |LINE CONSTANTS
Erase all of 0 cards in the punch buffer. |ERASE
Pairs of 6-character bus names for each phase. |BRANCH IN _AOUT _AIN _BOUT _BIN _COUT _C
Request for metric (not English) units. |METRIC
Line conductor card. 5.000E-01 1.933E-01 4 | 1 .5 .19328 4 1.7272 1.4 10.3 9
Line conductor card. 5.000E-01 1.933E-01 4 | 2 .5 .19328 4 1.7272 1.4 9.4 9
Line conductor card. 5.000E-01 1.933E-01 4 | 3 .5 .19328 4 1.7272 1.4 8.5 9
Line conductor card. 5.000E-01 4.909E+00 4 | 0 .5 4.909 4 1.905 0.0 13. 1
Blank card terminating conductor cards. |BLANK CARD ENDING CONDUCTOR CARDS
Frequency card. 1.000E+03 6.000E+01 1.000E+00 | 1.E3 60. 000000 010000 1 1.

Line conductor table after sorting and initial processing.
<----->
1:1

```

(a)

```

© Text Editor: LT3.lis
File Edit Character Help
3 3 .50000 .19328 4 .000000 1.72720 1.400
4 0 .50000 4.90900 4 .000000 1.90500 0.000

Matrices are for earth resistivity = 1.00000000E+03 ohm-meters and frequency 6.00000000E+01 Hz. Corre
1.00000000E-06

Impedance matrix, in units of [ohms/kmeter] for the system of equivalent phase conductors.
Rows and columns proceed in the same order as the sorted input.

1 3.001544E-01
9.517302E-01

2 1.056641E-01 2.989638E-01
6.655927E-01 9.520964E-01

3 1.051024E-01 1.045181E-01 2.978615E-01
6.135025E-01 6.659457E-01 9.524364E-01

Both "R" and "X" are in [ohms]; "C" are in [microFarads].
Request for flushing of punch buffer. |$PUNCH

A listing of 80-column card images now being flushed from punch buffer follows.
-----
12345678901234567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890123456789
C <++++++> Cards punched by support routine on 11-Nov-18 11.00.00 <++++++>
<----->
1:1

```

(b)

Figura 1.57(a), (b) - Telas de arquivo .lis

Na figura 1.57(b) aparece uma matriz de impedância. Podemos observar, por exemplo, que onde está escrito:

1 3.001544E-01  
9.517302E-0.1

devemos entender isso como: elemento da matriz de impedâncias na posição (1,1) e valor de  $Z_{11} = 0.3001544 + j0.9517302 \Omega$ . Os demais elementos devem ser entendidos de forma similar.

## 1.8 Exercícios

**1.8.1** Fale sobre os algoritmos de resolução para cálculo de transitórios eletromagnéticos.

Resposta: veja item 1.2.

**1.8.2** Qual a faixa de frequência que acontecem os transitórios de manobra?

Resposta: veja item 1.2.

**1.8.3** Calcule  $V_L(t)$  para  $t = \Delta t$  no circuito da figura 1.52. A frequência é de 60 Hz e  $\Delta t = 1 \mu\text{seg}$ . As condições iniciais são dadas por:

$$V_F(0^-) = 0; I_F(0^-) = 0; V_L(0^-) = 0; I_L(0^-) = 0.$$

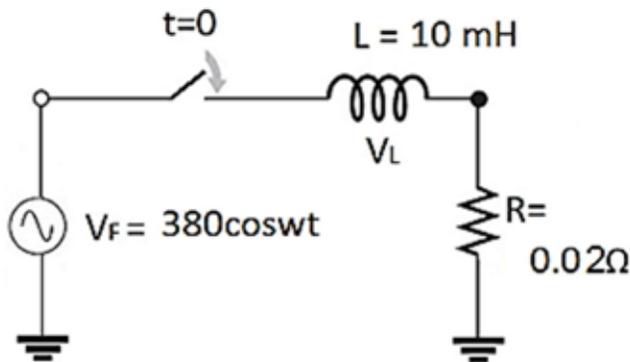


Figura 1.58 - Circuito RL para o exercício 1.8.3

Resposta:  $V_L(t) = 379.9983724955027400000 V$ .

**1.8.4** Explique os modelos de fontes de corrente para representar uma descarga atmosférica no ATPdraw.

Resposta: veja item 1.5.

**1.8.5** Explique como calcular os parâmetros de uma LT usando o programa ATP.

Resposta: veja item 1.7.2.

**1.8.6** As linhas de instruções a seguir constituem um trecho de um arquivo de entrada do software ATP (alternative transients program). Elas dizem respeito aos dados do modelo com parâmetros distribuídos constantes com a frequência de uma linha de transmissão trifásica de 230 kV, com 100 km de comprimento, localizada entre duas subestações de transmissão de energia elétrica denominadas SE1 e SE2.

-1_SE1_A	SE1_A	0.38	1.09	2.23	100.0
-1_SE1_B	SE2_B	0.09	0.52	3.12	100.0
-1_SE1_C	SE2_C				

Nessas linhas de instruções, são informados os valores da resistência, da reatância indutiva e da susceptância capacitiva, por unidade de comprimento da linha de transmissão, relativos à frequência 60 Hz. Considerando que a formatação dos dados no arquivo de entrada do ATP esteja correta, julgue os itens a seguir.

- a) A impedância de sequência zero da linha de transmissão é igual a  $9 + j52 \Omega$ .

- b) A impedância de sequência positiva da linha de transmissão é igual a  $38 + j109 \Omega$ .
- c) A impedância de sequência negativa da linha de transmissão é igual a  $38 + j109 \Omega$ .

Respostas: a) errado, b) errado, c) errado.

# **LINHAS DE TRANSMISSÃO: Aspectos Físicos**

## **2.1 Introdução**

As linhas de transmissão são essenciais para o transporte de grandes blocos de energia, por grandes distâncias, de forma técnica e economicamente viável.

De acordo com a narrativa histórica, as linhas de transmissão longas e de alta tensão foram usadas para transportar a energia gerada em usinas hidroelétricas distantes dos centros de consumo.

Atualmente, com a utilização crescente do sistema interligado, cada vez mais é importante a existência de uma rede de transmissão que garanta a qualidade de transporte e suprimento de energia.

## **2.2 Sistema da Transmissão**

As primeiras linhas construídas no mundo são descritas na tabela 2.1.

**Tabela 2.1 Primeiras linhas de transmissão**

	CA/CC	Comprimento (km)	Tensão (kV)	Data	Local
Primeira linha	CC	50	2.4	1882	Alemanha
Primeira linha monofásica	CA	21	4	1889	Estados Unidos
Primeira linha trifásica	CA	179	12	1891	Alemanha

Atualmente, o sistema de transmissão interligado pode atravessar um país como o Brasil ou um continente como a Europa (figura 2.1).



Figura 2.1 - Mapas do Brasil e da Europa

As tensões de transmissão padronizadas na América do Norte e na Europa estão mostradas na tabela 2.2.

**Tabela 2.2 - Tensões padronizadas**

América do Norte Transmissão (kV)	Europa Transmissão (kV)
69	60
115	110
138	132
161	220
230	275
345	400
500	–
735 – 765	765

O sistema brasileiro, de acordo com o operador nacional do sistema elétrico (ONS), é formado por mais de 125.000 km de linhas de transmissão, com tensões entre 69 kV e 750 kV. A tabela 2.3 e figura 2.2 mostram as linhas da rede básica, que trabalham em tensões maiores ou iguais a 230 kV.

**Tabela 2.3 - Linhas de Transmissão no Brasil**

Extensão das Linhas de Transmissão do SIN - km						
Tensão	2010	2011	2012	2013	2014	Var % 14/13
230kV	43.184,5	45.708,7	47.893,5	49.969,0	52.449,8	4,96
345kV	10.060,5	10.061,9	10.223,9	10.272,3	10.303,2	0,30
440kV	6.670,5	6.680,7	6.728,2	6.728,2	6.728,2	-
500kV	34.356,2	35.003,4	35.726,2	39.123,1	40.659,4	3,93
600kV CC(*)	3.224,0	3.224,0	3.224,0	7.992,0	12.816,0	60,36
750kV	2.683,0	2.683,0	2.683,0	2.683,0	2.683,0	-
SIN	100.178,7	103.361,7	106.478,8	116.767,7	125.639,6	7,60

Os valores acima referem-se à rede básica (instalações com tensão maior ou igual a 230kV) mais os ativos de conexão de usinas e interligações internacionais ligados diretamente à rede básica e tiveram um crescimento de 7,6% em relação a 2013, sendo adicionados 8.872 km de novas linhas de transmissão.

(\*) A extensão dos circuitos 600kV CC corresponde à extensão de cada bipolo, sendo que pode haver operação independente por polo.



Figura 2.2 - Mapa do Brasil com linhas de transmissão

As linhas de transmissão no Brasil transportam a energia gerada nas várias usinas existentes no país, como mostrado na figura 2.3.

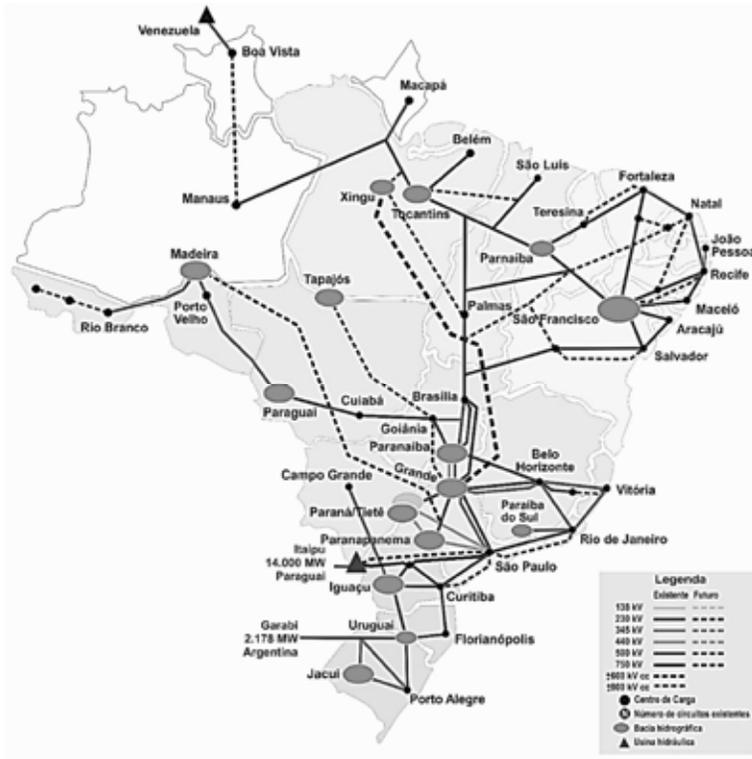


Figura 2.3 – Mapa com as bacias hidrográficas

## 2.3 Componentes de uma Linha de Transmissão

Os principais componentes de uma linha de transmissão são os seguintes: estruturas de suporte, condutores, para-raios, isoladores e ferragens.

### 2.3.1 Estruturas de suporte

As estruturas de linhas de transmissão são um dos elementos mais visíveis do sistema de transmissão elétrico. Eles suportam os condutores utilizados para o transporte de energia elétrica a partir de fontes de geração de carga até os consumidores, além de suportarem mecanicamente os esforços transmitidos pelos isoladores. São utilizadas estruturas em

concreto, metálicas com perfis de aço galvanizado ou postes de aço. A escolha dos tipos de estruturas a serem utilizados em uma linha de transmissão (LT) depende de vários fatores, como: espaçamento máximo e mínimo entre fases; configuração dos isoladores; ângulo de proteção do cabo para-raios (usualmente, considera-se que a zona de proteção esteja contida em um ângulo de  $30^\circ$  de cada lado do condutor); distâncias elétricas mínimas entre os pares energizados e as torres; flecha dos condutores; número de circuitos e altura de segurança.

São classificadas em autoportante (figura 2.4(a), (b)), que são sustentadas pela própria estrutura, e estaiadas (figura 2.5(a), (b)), que são sustentadas por cabos tensionados no solo.

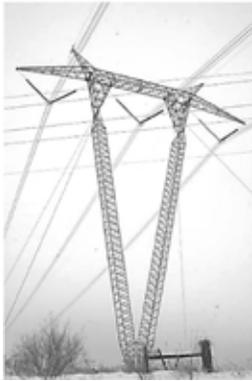


(a)

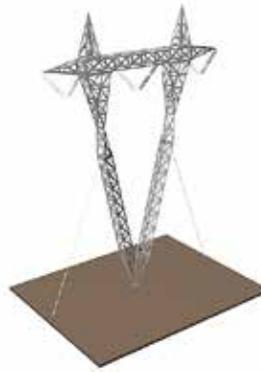


(b)

**Figura 2.4(a), (b) - Estrutura autoportante**



(a)



(b)

**Figura 2.5(a), (b) - Estrutura estaiada**

As estruturas podem ser classificadas, quanto à função que desempenham na linha, em:

**Estrutura de suspensão:** é a mais comum, inclusive por ser a mais simples e a mais econômica. Tem por função apoiar os cabos condutores e para-raios, mantendo-os afastados do solo e entre si. Nesse tipo de estrutura, os condutores não são seccionados mecanicamente e sim apenas grampeados através dos chamados grampos de suspensão, como mostrado na figura 2.6.

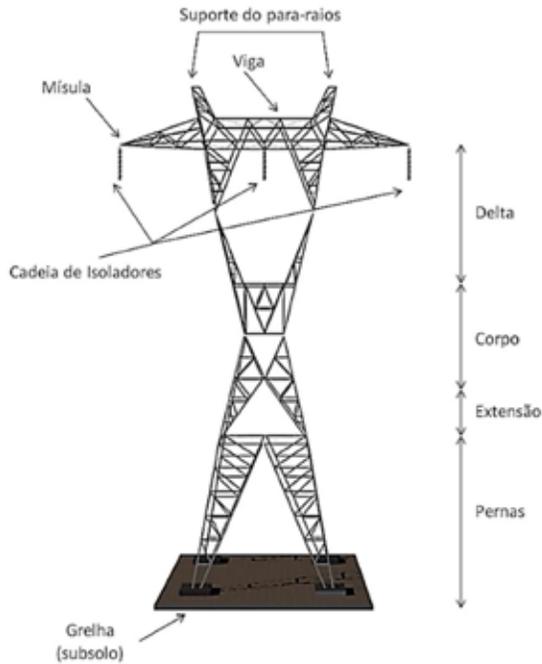


Figura 2.6 - Estrutura de suspensão

Estrutura de amarração ou ancoragem: diferentemente das estruturas de suspensão, ela secciona mecanicamente as linhas de transmissão, servindo de ponto de reforço e abertura eventual em situações específicas, como mostrado na figura 2.7.



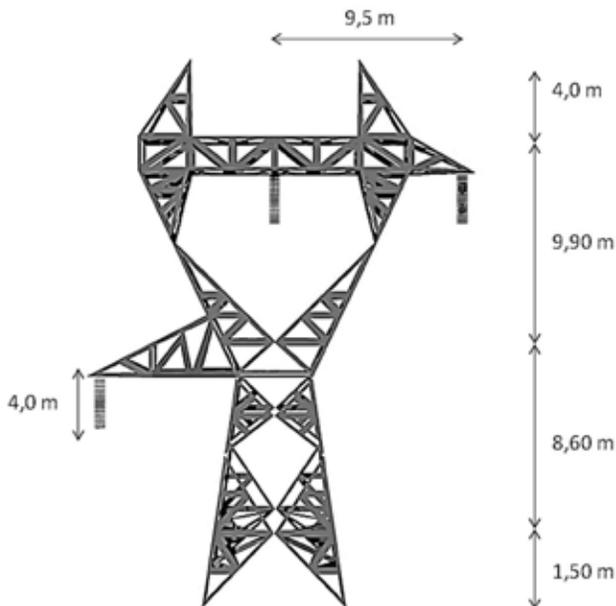
Figura 2.7 - Estrutura de amarração

Estrutura de ângulo: é utilizada caso seja necessária uma derivação em um ponto da linha, como mostrado na figura 2.8.



**Figura 2.8 - Estrutura de ângulo**

Estrutura de transposição: é destinada a facilitar a execução das transposições nas linhas de transmissão, como mostrado na figura 2.9.



**Figura 2.9 - Estrutura de transposição**

As estruturas de torres, das quais as mais comuns são do tipo metálicas treliçadas, seguem uma arquitetura quase padronizada, sendo utilizadas para o transporte de energia em um ou dois circuitos. Para linhas de transmissão com grandes extensões e, por consequência, grandes tensões ( $> 69$  kV), as torres metálicas são a solução mais econômica. Para tensões mais baixas ( $< 69$  kV), outros materiais também são utilizados, como, por exemplo, o concreto armado e a madeira, como mostrado na figura 2.10.



Figura 2.10 - Estrutura de madeira

### 2.3.2 Condutores e cabos para-raios

Em uma LT, existem os condutores que pertencem às fases do sistema trifásico e os cabos para-raios que servem de proteção para a LT.

#### 2.3.2.1 Condutores

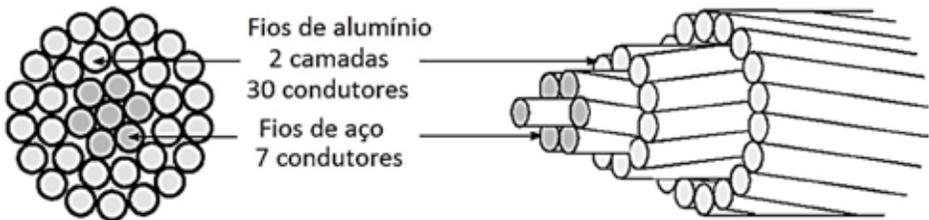
No Brasil, está em uso a escala de bitola AWG (American Wire Gauge) em função das seções em circular mil, até o nº 4. Acima dessa bitola são expressas em MCM (mil circular mil), para os cabos de cobre, alumínio e alumínio-aço. Um mil circular é uma unidade de área, igual à área de um círculo com

um diâmetro de um mil (um milésimo de uma polegada). Ela corresponde a  $5.067 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$ .

Existem dois tipos de condutores: os com fios maciços e os cabos (figura 2.11(a), (b)). Os fios maciços eram antigamente empregados, inclusive com bitolas grandes, estando o seu emprego, atualmente, limitado até a bitola nº 4 AWG, acima da qual os cabos são preferidos, devido a sua flexibilidade e facilidade de manejo.



(a)



(b)

Figura 2.11 - (a) Cabo de alumínio com alma de aço (CAA - ACSR) 26/7, (b) cabo de alumínio com alma de aço (CAA - ACSR) 30/7

Os cabos são condutores formados por uma série de fios mais finos, encordoados em uma ou mais camadas, e podem ser compostos por fios de mesmo material (cabos homogêneos) e por fios de matérias diferentes (cabos heterogêneos) ou ainda por fios de aço revestidos de cobre (copperweld) ou alumínio

(alumoweld). O cobre e o alumínio são empregados em suas formas eletrolíticas, mais puras ou em forma de ligas, enquanto o aço é empregado para aumentar a resistência mecânica e como cabos para-raios.

Os tipos de cabos são os seguintes:

- a) Alumínio com alma de aço (CAA - ACSR), que é um cabo de alumínio com reforço interno de fios de aço (alma), conforme mostrado na figura 2.11, onde 26/7 indica 26 condutores de alumínio por 7 de aço. Apresenta um diâmetro maior, que permite reduzir o efeito corona, como mostra a tabela 2.3.

**Tabela 2.4 - Cabos de alumínio com alma de aço**

Composição	Seção transversal do cabo	Composição	Seção transversal do cabo
6/1 fios (1)+6		18/7 fios (1)+6+12	
12/7 fios (1+6)+12		26/7 fios (1+6)+10+16	
30/7 fios (1+6)+12+18		45/7 fios (1+6)+9+15+21	
54/7 fios (1+6)+12+18+24		54/19 fios (1+6+12)+12+18+24	

Para o cálculo de parâmetros das linhas de transmissão, por exemplo, um cabo com composição 26/7, o diâmetro interno é a soma de três diâmetros de fios de aço e o diâmetro externo é o diâmetro interno mais a soma de quatro diâmetros de fios de alumínio. Assim,  $D_{\text{interno}} = 3 \times 0.1054'' \times 0.0254$  (fator de conversão polegadas para m) = 0.00803148 m e  $D_{\text{externo}} = 0.00803148 + 4 \times 0.1355 \times 0.0254 = 0.02179828$  m.

- b) Cabos ALPAC são cabos de alumínio com alma de aço liso (a seção dos fios é trapezoidal), conforme figura 2.12.



Figura 2.12 - Cabos ALPAC

- c) Cabos CAA expandidos de cobre e alumínio-aço têm entre os fios de aço e os fios de alumínio uma camada de enchimento com material não metálico (figura 2.13). Os cabos de cobre expandidos são obtidos com enrolamentos de fios de cobre sobre o enchimento torcido em sentido contrário ao da alma de aço para um melhor aperto. São usados para linhas de altíssimas tensões, obtendo um diâmetro maior com o uso de menor quantidade de material condutor, o que facilita o transporte de energia.

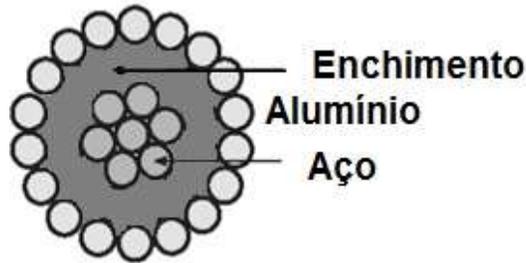


Figura 2.13 - Cabo CAA expandido

### 2.3.2.2 Cabos para-raios

Descargas elétricas de grandes intensidades, geralmente, danificam as superfícies dos isoladores, reduzindo sua eficiência, podendo haver formação de arco elétrico entre o condutor e a estrutura. Para interceptar as descargas de origem atmosférica e descarregá-las sobre a terra, usam-se os cabos para-raios, como mostrado na figura 2.14.

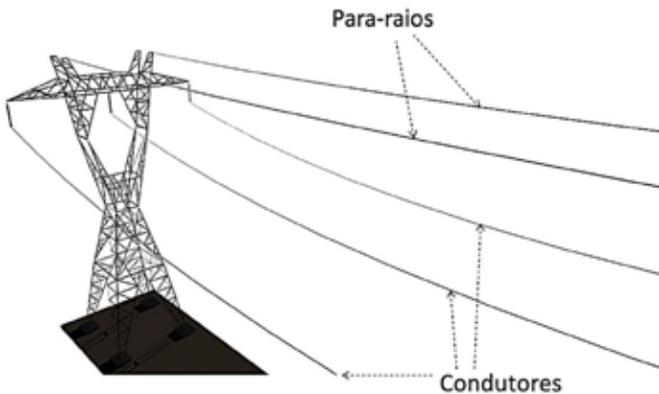


Figura 2.14 - Cabos para-raios

Quando ocorre uma descarga atmosférica nos cabos para-raios haverá um escoamento de corrente nos dois sentidos, conforme mostrado na figura 2.14. Essas correntes chegam nas estruturas parcialmente e são escoadas para a terra. Assim, os

isoladores ficam submetidos a uma tensão menor, pois os condutores não são atingidos diretamente e sofrerão apenas uma indução de tensão devido à corrente nos cabos para-raios.

Empregam-se, atualmente, para cabos para-raios os seguintes tipos de cabos:

- a) Cabos de aço galvanizados do tipo SM, HS ou HSS de sete fios, com bitolas de 5/16", 3/8", 1/2" e 5/8".
- b) Cabo copperweld e cabo alumoweld, com bitolas equivalentes aos cabos do item a (figura 2.15(a), (b)). Esses cabos são mais caros, porém possuem uma maior durabilidade.

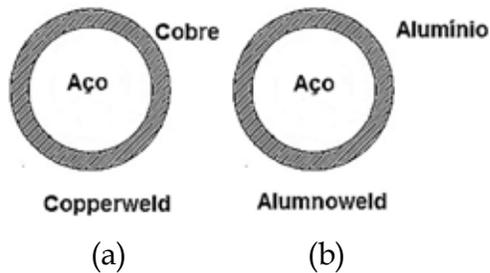


Figura 2.15 - (a) Cabo copperweld, (b) cabo alumoweld

- c) Cabos CAA de alta resistência mecânica.

Os fabricantes de materiais elétricos fornecem tabelas com as características mecânicas e elétricas dos condutores e cabos para-raios.

### 2.3.3 Isoladores

As funções dos isoladores são de evitar a passagem de corrente do condutor ao apoio ou suporte e sustentar mecanicamente os cabos.

Os materiais de fabricação usados são a porcelana vitrificada e o vidro temperado. Ambos têm desempenho equivalente em relação à resistência mecânica e durabilidade. Os isoladores de vidro possuem alta resistência ao impacto em seu dorso, sendo frágeis no intradorso ou saia, e fragmentam-se inteiramente por serem temperados, facilitando a localização de elementos defeituosos à distância. Isso não acontece com os isoladores de porcelana, que são difíceis de localizar quando trincados.

Quanto à forma, são empregados três tipos em LT.

- a) Isoladores de pino – são fixados às estruturas por meio de pinos de aço, aos quais são aparafusados (figura 2.16). Possuem rosca interna em sua parte inferior padronizada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) de 1" e 1 3/8" de diâmetro de filete redondo. A cabeça dos pinos de aço é acabada com uma rosca de chumbo conquilhada e que se junta àquela do isolador. Dependendo do número de peças que compõem a cadeia, são usados até 66 kV.

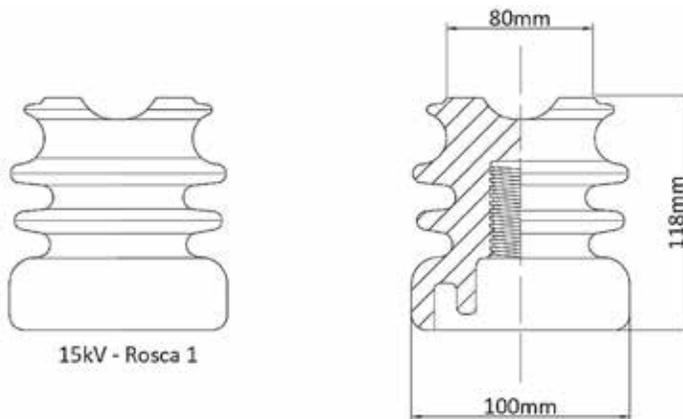


Figura 2.16 – Isolador de pino

- b) Isoladores de pilar – são isoladores monocorpos, de pequeno diâmetro em relação ao comprimento, e possuem em sua parte inferior um corpo de ferro maleável cimentado ao mesmo. Possuem resistência mecânica à flexão elevada e baixa capacidade eletrostática devido à distância entre o condutor e o sistema de fixação (figura 2.17). Não são muito empregados no Brasil.

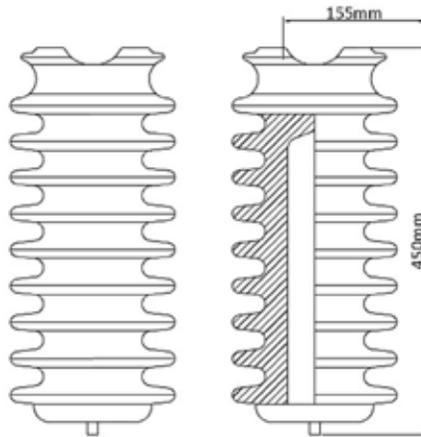


Figura 2.17 - Isolador de pilar

- c) Isoladores de disco – são os isoladores mais usados em LT de tensões acima de 33 kV. São usados como cadeia de suspensão ou de ancoragem (tensionado). O número de isoladores da cadeia depende da tensão da linha. Apresentam resistência mecânica elevada, podendo resistir a trações de 8.000 kg. No Brasil, são mais comuns três diâmetros de isoladores de suspensão: 10" ou 254 mm, com altura útil de 145 mm; 8" ou 203.5 mm, com altura útil de 145 mm e 6" ou 152.4 mm com altura útil de 145 mm. Os isoladores de 6" e 8" são usados como isoladores de ancoragem em LT até 25 kV, sendo usados

como suspensão quando são empregados cabos mais pesados. Os isoladores de 10" são usados para qualquer tensão elétrica, variando apenas o número de discos da cadeia.

Os tipos de isoladores de disco são:

Concha-bola – esse sistema oferece maior liberdade de movimento entre os elementos da cadeia, pois o isolador fica submetido no sentido do eixo, sendo preferido em linhas de alta tensão (figura 2.18).

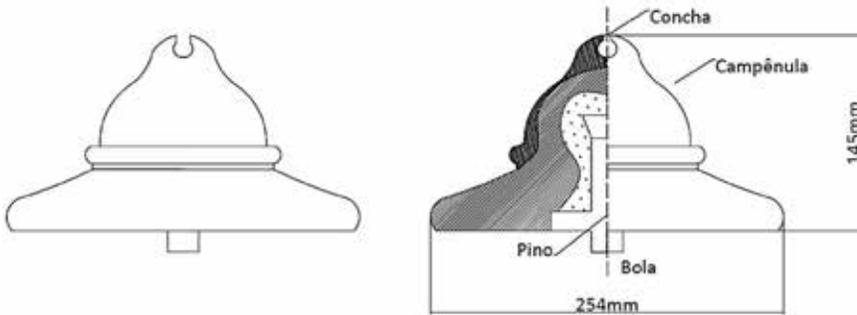


Figura 2.18 – Isolador concha-bola

Garfo-olhal – permite apenas o movimento lateral e são usados em linhas até 25 kV ou em tensões maiores como cadeias de ancoragem (figura 2.19).

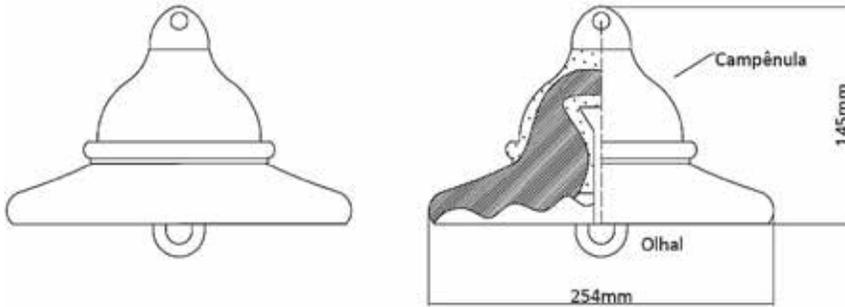


Figura 2.19 - Isolador garfo-olhal

A cadeia de isoladores pode ser uma cadeia de suspensão ou passagem ou uma cadeia de ancoragem ou de amarra. No primeiro caso, a cadeia de isoladores fica submetida somente à ação do peso do condutor que passa pela estrutura. A posição da cadeia é no sentido vertical, como mostrado na figura 2.20.



Figura 2.20 - Cadeia de isoladores em suspensão

No segundo caso, o cabo condutor é preso à estrutura pela cadeia que trabalha tencionada. A finalidade das cadeias de ancoragem é de tensionar os cabos condutores e são usadas em travessias e terrenos de perfil muito irregular. A posição da cadeia é no sentido horizontal, como mostrado na figura 2.21.



Figura 2.21 - Cadeia de isoladores de ancoragem

Consideremos uma cadeia, com  $n$  isoladores, mostrados na figura 2.22. Nessa cadeia, existem as seguintes capacitâncias:

$K$  → é a capacitância própria do elemento ou a capacitância entre os isoladores

$C$  → é a capacitância de cada isolador em relação à terra

$C1$  → é a capacitância de cada isolador em relação à linha

Essas capacitâncias são mostradas na figura 2.23.

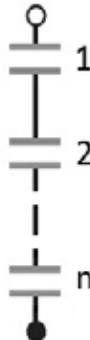


Figura 2.22 - Cadeia com  $n$  isoladores

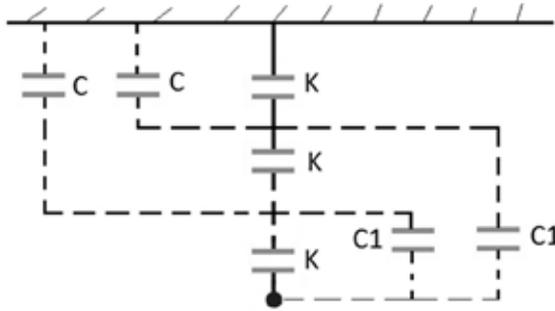


Figura 2.23 - Capacitâncias de uma cadeia de isoladores com anéis de potencial

De uma maneira genérica podemos representar as capacitâncias da figura 2.23, como na figura 2.24.

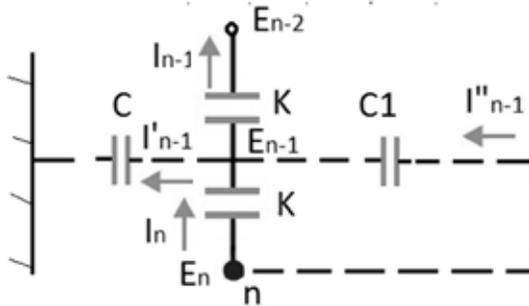


Figura 2.24 - Representação de capacitâncias em uma cadeia de isoladores

Aplicando a lei de correntes de Kirchhoff ao circuito da figura 2.24, temos:

$$i_n + i''_{n-1} = i_{n-1} + i'_{n-1} \quad (2.1)$$

Onde:

$$I_n = j\omega K(E_n - E_{n-1}) \quad (2.2)$$

$$I''_{n-1} = j\omega C1(E_n - E_{n-1}) \quad (2.3)$$

$$I_{n-1} = j\omega K((E_{n-1} - E_{n-2})) \quad (2.4)$$

$$I'_{n-1} = j\omega C(E_{n-1}) \quad (2.5)$$

Para um isolador particular  $q$ , temos:

$$I_q = j\omega K(E_q - E_{q-1}) \quad (2.6)$$

$$I''_{q-1} = j\omega C1(E_n - E_{q-1}) \quad (2.7)$$

$$I_{q-1} = j\omega K((E_{q-1} - E_{q-2})) \quad (2.8)$$

$$I'_{q-1} = j\omega C(E_{q-1}) \quad (2.9)$$

As capacitâncias  $C1$  são sempre calculadas em relação a  $n$ .

Logo,

$$I_q + I''_{q-1} = I_{q-1} + I'_{q-1} \quad (2.10)$$

$$j\omega K(E_q - E_{q-1}) + j\omega C1(E_n - E_{q-1}) =$$

$$j\omega K((E_{q-1} - E_{q-2})) + j\omega C(E_{q-1}) \quad (2.11)$$

Eliminando  $j\omega$ , dividindo por  $K$  e fazendo  $\beta = C1/K$ ,  
 $\alpha = C/K$

$$E_q - E_{q-1} + \beta E_n - \beta E_{q-1} = E_{q-1} - E_{q-2} + \alpha E_{q-1} \quad (2.12)$$

$$E_q = (2 + \beta + \alpha)E_{q-1} - \beta E_n - E_{q-2} \quad (2.13)$$

Fazendo:

$$\rho = 2 + \beta + \alpha \quad (2.14)$$

$$\tau = \beta E_n \quad (2.15)$$

$$E_1 = 1 \quad (2.16)$$

Os potenciais, em função de  $\tau$ , podem ser calculados.

Se tirarmos a capacitância  $C_1$ , chegaremos na equação 2.17.

$$E_q = (2 + \alpha)E_{q-1} - E_{q-2} \quad (2.17)$$

### Exemplo 2.1

Calcular a distribuição de potencial de uma cadeia de 5 isoladores do tipo pino-câmpula em uma linha de 69 kV com e sem anel de potencial, supondo que:

$$\alpha = 0.1, \beta = 0.05 \text{ e } E_1 = 1$$

#### Solução:

A figura 2.25 representa a cadeia de isoladores do problema.



Figura 2.25 - Cadeia de isoladores

Temos:

$$E_1 = 1$$

De acordo com a equação 2.13, vem:

$$E_2 = \rho E_1 - \tau - E_0 = (2 + 0.01 + 0.05)1 - \tau - 0 = 2.15 - \tau$$

$$E_3 = \rho E_2 - E_1 - \tau = 2.15(2.15 - \tau) - 1 - \tau = 3.6225 - 3.15\tau$$

$$E_4 = \rho E_3 - E_2 - \tau = 2.15(3.6225 - 3.15\tau) - (2.15 - \tau) - \tau = 5.6384 - 6.7725\tau$$

$$E_5 = \rho E_4 - E_3 - \tau = 2.15(5.6384 - 6.7725\tau) - 3.6225 - 3.15\tau - \tau = 8.5 - 12.411\tau$$

$$\text{Mas } \tau = \beta E_n = \beta E_5 = 0.05(8.5 - 12.411\tau) \rightarrow \tau = 0.425 - 0.62055\tau \rightarrow$$

$$\tau = \frac{0.425}{1.62055} = 0.2623$$

Cálculo dos potenciais: substituindo o valor de  $\tau$  para calcular  $E_2, E_3, E_4$  e  $E_5$ , vem:

$$E_2 = 2.15 - \tau = 2.15 - 0.2623 = 1.8877$$

$$E_3 = 3.6225 - 3.15\tau = 2.7963$$

$$E_4 = 5.6384 - 6.7725\tau = 3.862$$

$$E_5 = 8.5 - 12.411\tau = 5.2446$$

A curva de distribuição de potencial é obtida da seguinte maneira:

Tensão por elemento em % de  $E_5$

$$e_1 = \frac{1}{5.2446} \times 100 = 19.07 \%$$

$$e_2 = \frac{1.8877}{5.2446} \times 100 = 35.99 \%$$

$$e_3 = \frac{2.7963}{5.2446} \times 100 = 53.32 \%$$

$$e_4 = \frac{3.862}{5.2446} \times 100 = 73.74 \%$$

$$e_5 = \frac{5.2446}{5.2446} \times 100 = 100 \%$$

As variações de tensões percentuais sobre os isoladores são:

$$\Delta e_1 = e_1 - 0 = 19.07 - 0 = 19.07 \%$$

$$\Delta e_2 = e_2 - e_1 = 35.99 - 19.07 = 16.92 \%$$

$$\Delta e_3 = e_3 - e_2 = 53.32 - 35.99 = 17.33 \%$$

$$\Delta e_4 = e_4 - e_3 = 73.74 - 53.32 = 20.32 \%$$

$$\Delta e_5 = e_5 - e_4 = 100 - 73.74 = 26.36 \%$$

Logo, as variações de tensões em kV são:

$$\Delta e_1 = (19.07 \%) \frac{69000}{\sqrt{3}} = (19.07 \%) 39837.1686 = 7596.9 \text{ V}$$

$$\Delta e_2 = (16.92 \%) 39837.1686 = 6740.4 \text{ V}$$

$$\Delta e_3 = (17.33 \%) 39837.1686 = 6903.8 \text{ V}$$

$$\Delta e_4 = (20.32 \%) 39837.1686 = 8094.9 \text{ V}$$

$$\Delta e_5 = (26.36 \%) 39837.1686 = 10501 \text{ V}$$

Usando a equação (2.17), chegamos a:

$$\begin{aligned}\Delta e_1 &= 5517.5 \text{ V} \\ \Delta e_2 &= 6071.2 \text{ V} \\ \Delta e_3 &= 7230,5 \text{ V} \\ \Delta e_4 &= 9114.7 \text{ V} \\ \Delta e_5 &= 11903.4 \text{ V}\end{aligned}$$

O gráfico é mostrado na figura 2.26.

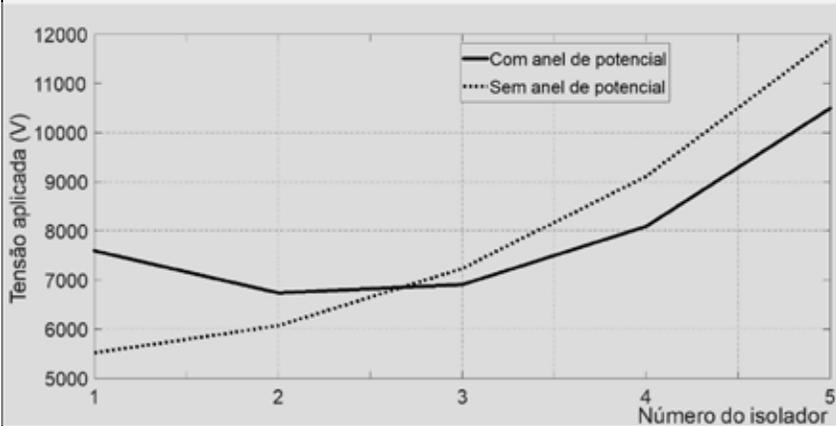


Figura 2.26 - Distribuição do potencial sobre a cadeia de isoladores

Então, anéis distribuidores de potencial (figura 2.27), que distribuem a tensão entre os discos da cadeia de maneira a diminuir a tensão sobre os primeiros, são muito empregados nas linhas aéreas.

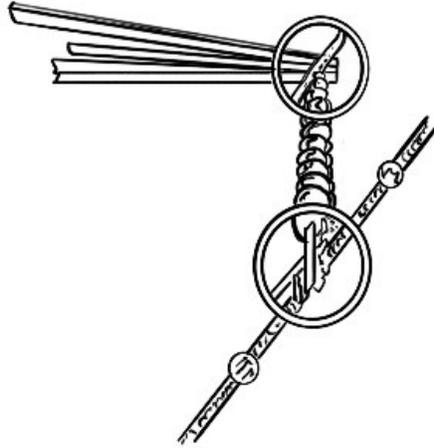


Figura 2.27 - Anéis distribuidores de potencial

### 2.3.4 Ferragens

As ferragens têm a finalidade de constituir uma ligação articulada com os condutores e ligá-los com coluna de isoladores e estes com as estruturas.

#### *Ferragens para cadeia de suspensão*

Cavalote - é usado para fixar a cadeia na estrutura (figura 2.28). O material é de aço forjado galvanizado.

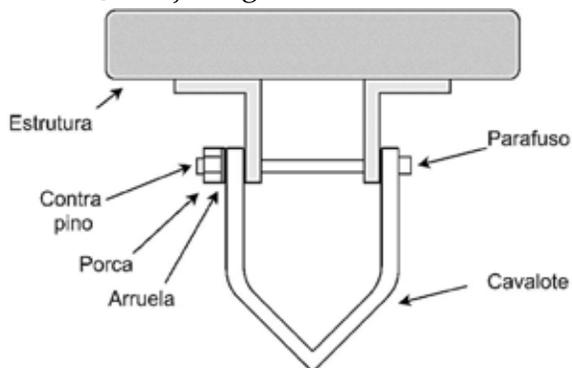


Figura 2.28 - Cavalote

Manilha – é usado para unir o cavalote aos outros acessórios (figura 2.29). O material é de aço forjado galvanizado.



Figura 2.29 - Manilha

Bola-olhal – é a peça que une a manilha à cadeia de isoladores, como mostrado na figura 2.30. O material, também, é de aço forjado galvanizado.



Figura 2.30 - Bola-olhal

Garfo-y-concha – é usado para unir a cadeia de isoladores ao balancim (figura 2.31). O material é de aço maleável galvanizado.

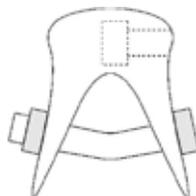


Figura 2.31 - Garfo-y-concha

Balancim – é usado para unir, em cada extremidade, os grampos que seguram os cabos (figura 2.32). O material é de aço maleável galvanizado.

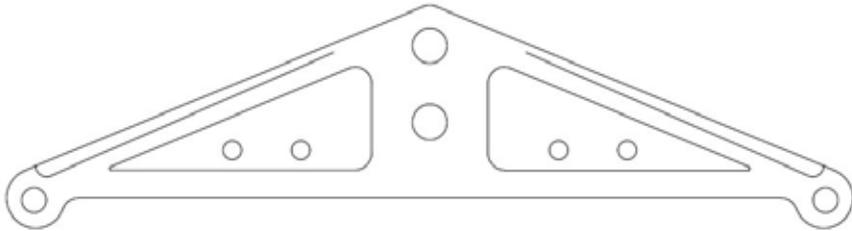


Figura 2.32 – Balancim

Garfo-y-olhal – é usado para unir o balancim ao grampo que prende o cabo, como mostrado na figura 2.33. O material é de aço forjado galvanizado.



Figura 2.33 – Garfo-y-olhal

Grampo de suspensão – é usado para segurar o cabo e unir este aos isoladores (figura 2.34). É fabricado de liga de alumínio. O grampo consiste de duas peças: o grampo propriamente dito e outra peça acima do grampo, sobre o condutor, cuja função é segurar o condutor e é chamada de telha do grampo.

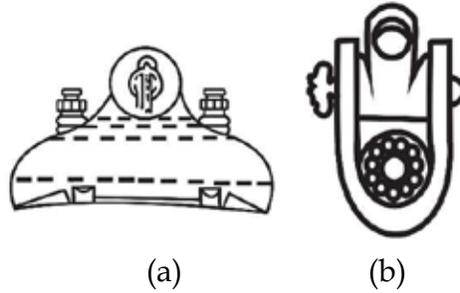


Figura 2.34 - (a) Grampo de suspensão, (b) telha

Nas figuras 2.35 e 2.36 são mostrados detalhes da montagem de uma cadeia de isoladores de suspensão externa e de uma cadeia de isoladores de suspensão interna.

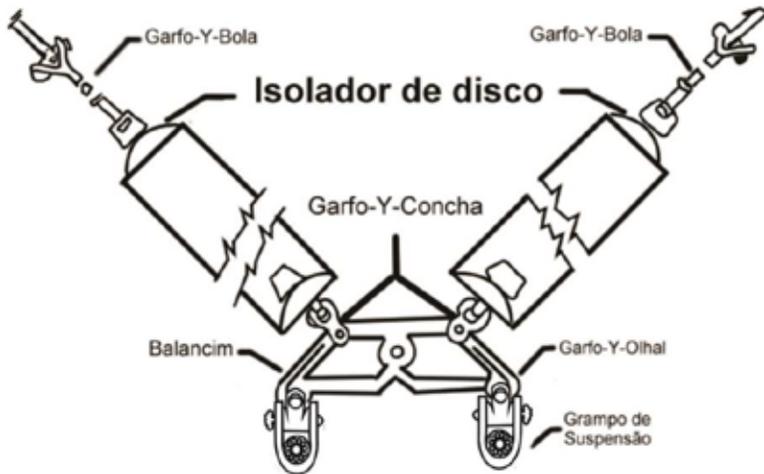


Figura 2.35 - Detalhes de montagem de cadeia de isoladores de suspensão interna à estrutura

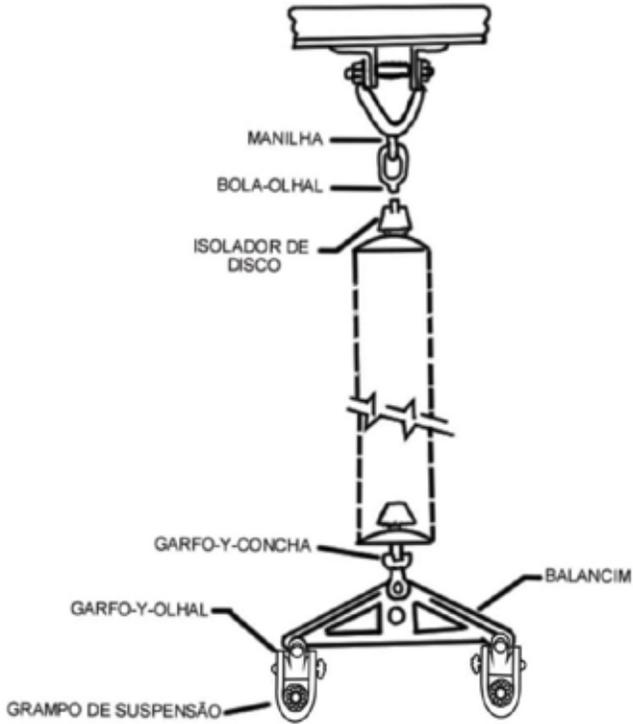


Figura 2.36 - Detalhes de montagem de cadeia de isoladores de suspensão externa à estrutura

Outras ferragens são:

Espaçador - é usado para evitar o contato mecânico de condutores da mesma fase (figura 2.37). Os espaçadores são feitos de aço maleável galvanizado.



Figura 2.37 - Espaçadores para uma linha com dois condutores por fase

Armadura pré-formada - são varetas de alumínio que são enroladas em volta do cabo para ser grampeado (figura 2.38).



Figura 2.38 - Armadura pré-formada

Amortecedores - são usados para absorver a vibração dos cabos, ocasionada por ação do vento (figura 2.39). A instalação dos amortecedores podem ser apenas em um lado da torre ou de cada lado dela.

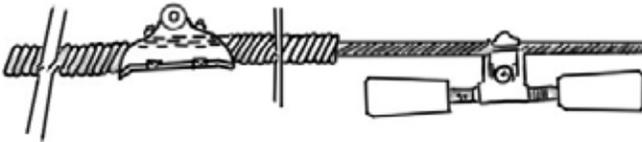


Figura 2.39 - Amortecedores

*Ferragens para cadeia de ancoragem*

Manilha - é usada para unir o garfo-olhal, que segura a cadeia, como na figura 2.40.

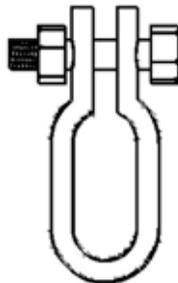


Figura 2.40 - Manilha para cadeia de ancoragem

Garfo-olhal – é usado para unir a manilha ao balancim (figura 2.41).

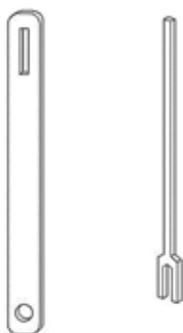


Figura 2.41 - Garfo-olhal

Garfo-bola – é usado para unir o balancim aos isoladores (figura 2.42).

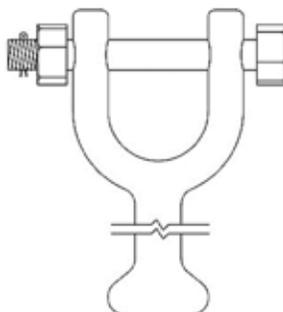


Figura 2.42 - Garfo-bola

Garfo-concha – é usado para unir os isoladores a outro balancim (figura 2.43).

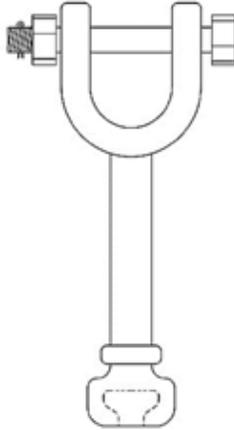


Figura 2.43 - Garfo-concha

Balancim – esse tipo de balancim difere dos anteriores, pois tem a finalidade de tensionar os cabos. Nesse balancim, são conectados os anéis anticorona. O formato do balancim é retangular e com as extremidades dobradas (figura 2.44).

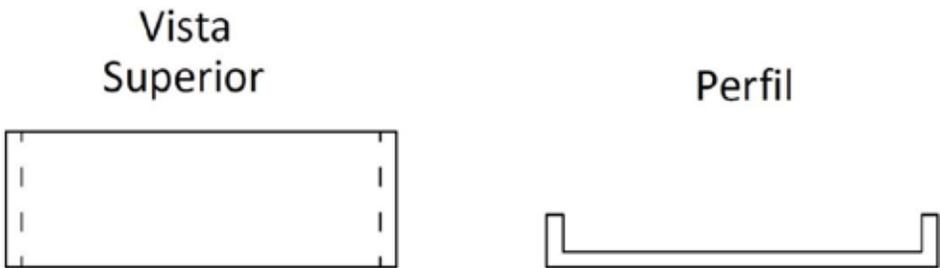


Figura 2.44 - Balancim

Anel anticorona – é usado para melhor distribuição de tensão na cadeia de isoladores, diminuir a perda de energia e proteger contra a abertura de arco sobre os isoladores (figura 2.45).

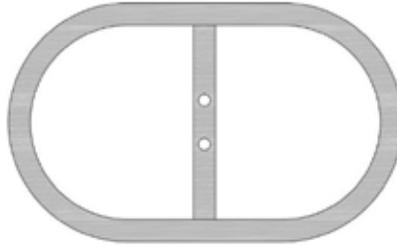


Figura 2.45 - Anel anticorona

Extensão dupla - é usada para manter uma distância correta entre o jumper do condutor e os isoladores (figura 2.46).

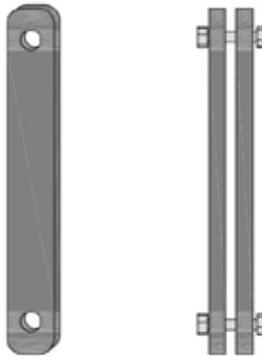


Figura 2.46 - Extensão dupla

Grampo-olhal de compressão - é usado como terminal do cabo condutor (figura 2.47). Desse grampo é que sai o jumper.

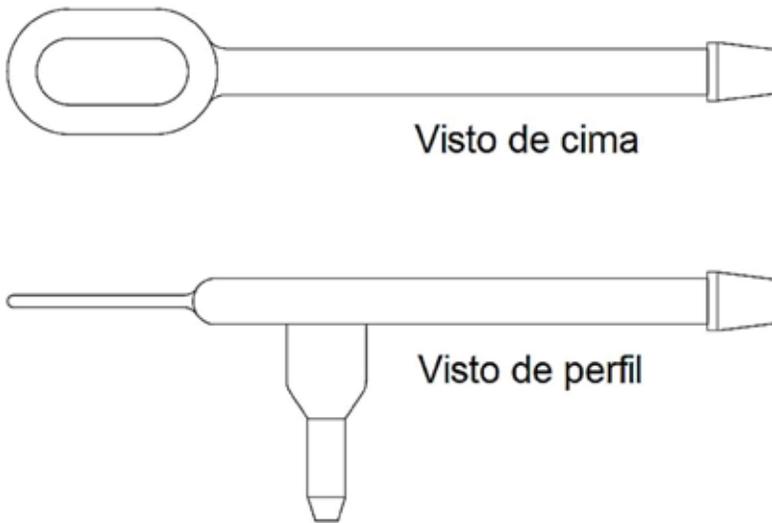
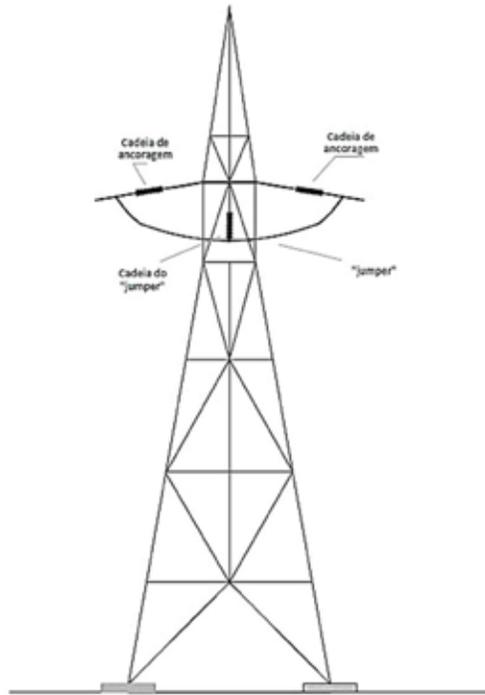


Figura 2.47 - Grampo-olhal de compressão

Jumper – é usada para unir os cabos que são interrompidos pela utilização das cadeias de ancoragem. O cabo usado para fazer o jumper é o mesmo usado para a transmissão (figura 2.48).



**Figura 2.48 - Jumper**

Nas figuras 2.49 e 2.50, são mostrados detalhes da montagem da cadeia de jumper e da cadeia de ancoragem.

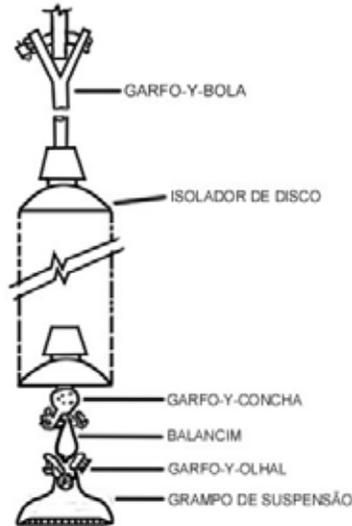


Figura 2.49 - Detalhes da montagem da cadeia de jumper

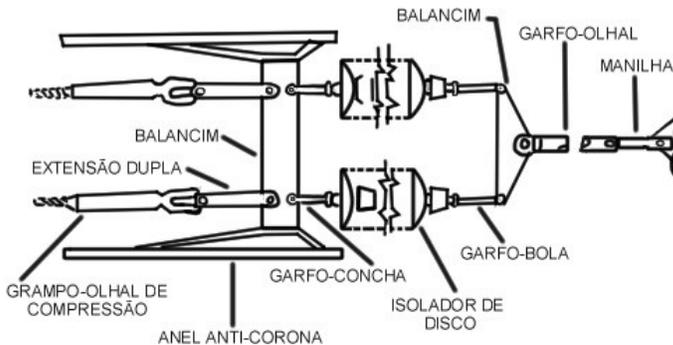


Figura 2.50 - Detalhes da montagem da cadeia de ancoragem

## 2.4 Construção de uma Linha de Transmissão

A elaboração dos documentos básicos para a implantação de uma LT requer detalhado levantamento de campo, a fim de propiciar o conhecimento do meio físico, dos componentes vivos do meio ambiente e resultante da intervenção humana, por onde vai passar a LT. Também é

necessário levantar dados históricos, meteorológicos e geotécnicos da região para escolher a melhor alternativa a ser implantada.

As etapas para a construção de uma LT são as seguintes:

- 1) Escolher diretrizes para o melhor traçado e redução do custo da LT:
  - Definir a menor extensão total possível (isso pode não ser possível, pois existem as áreas de proteção e a faixa de servidão deve ser afastada de aldeias), reduzindo assim a quantidade de torres, de materiais e serviços associados à construção da LT.
  - Evitar deflexões fortes, pois quanto mais agudos os ângulos entre duas estruturas, maiores os esforços nas torres e fundações, obrigando assim a instalação de ancoragens mais robustas e dispendiosas do ponto de vista econômico.
  - Escolher relevos favoráveis à alocação das estruturas, evitando a utilização de torres com alturas elevadas ou vãos de comprimento reduzido.
  - Escolher solos apropriados à execução de fundações normais.
  - Evitar as travessias no percurso da LT (rodovias, rios, outra LT, ferrovias etc.).
  - Se possível, manter o paralelismo da faixa de servidão com linhas de transmissão já construídas no local.
  - Se possível, implantar o corredor da linha em locais próximos a meios de transporte para facilitar o apoio logístico, a chegada de materiais, equipamentos e o acesso dos trabalhadores aos canteiros de obra.

- 2) Fazer o levantamento topográfico, elaborar os desenhos de planta e perfil e estimar as coordenadas do traçado dentro do corredor da LT com os futuros pontos de deflexão do trecho.
  
- 3) Elaboração do projeto básico:
  - Normas técnicas utilizadas.
  - Dados climatológicos, velocidades do vento e carregamentos devido ao vento.
  - Documentação técnica das estruturas existentes.
  - Estudo das travessias.
  - Diretrizes selecionadas.
  - Sistema de proteção contra vibrações eólicas.
  - Condutores e para-raios.
  - Estudo mecânico de condutores e para-raios.
  - Isoladores e ferragens.
  - Torres de transmissão e hipóteses de carregamento.
  - Programa dos ensaios de carregamento.
  - Largura da faixa de servidão.
  - Distâncias de segurança para alocação das estruturas.
  - Fundações típicas.
  - Sistema de aterramento.
  - Projeto elétrico da LT.
  - Coordenação de isolamento.

#### **2.4.1 Execução do projeto no campo**

São necessários os projetos executivos dos diferentes tipos de fundação normais e especiais, desenhos de construção e montagem com especificidades de diversas ferragens, acessórios, itens de aterramento e de montagem, além das especificações, instruções, a tabela de flechas e a lista de construção do projeto,

que reúne dados como números das torres, tipos, alturas, comprimento das pernas e extensões, comprimento dos vãos, tipos de fundação, arranjo das cadeias etc.

*Execução da obra:*

1) Limpeza da faixa de servidão – a faixa de servidão, que é um limite usado pela companhia para manter a segurança da linha, deve ser totalmente limpa. A largura da faixa de segurança da linha é determinada com base em três parâmetros: efeitos elétricos, balanço dos cabos devido à ação do vento e posicionamento das fundações de suportes e estais. Respeitando os critérios de segurança, deve ser prevista uma faixa limpa e com largura suficiente que permita a implantação, operação e manutenção da linha.

No caso de uma LT única, a largura mínima da faixa de segurança é determinada pela seguinte equação:

$$L = 2[b + d + (f + l)\text{sen}\alpha] \quad (\text{m}) \quad (2.18)$$

Onde:

L é a largura da faixa de servidão (m);

b é a distância da linha de centro da estrutura ao ponto de fixação das fases m;

f é a flecha do cabo condutor para vão típico (m);

l é o comprimento da cadeia de isoladores e ferragens (m);

$\alpha$  é o ângulo de balanço do condutor e da cadeia;

d é a distância em metros, igual a  $\frac{V_{\text{máx}}}{150}$ , onde  $V_{\text{máx}}$  é a tensão máxima de operação da LT (kV).

Quanto maior a tensão da linha, maior a faixa de servidão. Na figura 2.51 é mostrada a faixa de servidão para uma linha de 345 kV.

Na faixa de servidão, todas as árvores e arbustos deverão ser cortados o mais rente possível do chão (em torno de 20 cm).



Figura 2.51 - Limites da faixa de servidão para uma linha de 345 kV

2) Fundação das torres – é feita a marcação e a escavação dos buracos com a largura correspondente ao desenho de fundação das torres, como mostrado na figura 2.52.

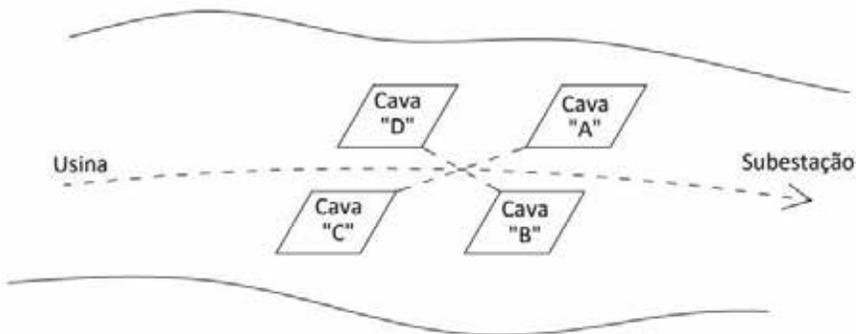


Figura 2.52 - Fundação de uma torre

3) Colocação das grelhas – após efetuada a escavação, são feitas a colocação das grelhas (feitas de aço galvanizado) e a montagem da base da torre, sem aperto total dos parafusos de fixação, a fim de possibilitar a colocação correta da base e seu nivelamento (figura 2.53(a), (b)).

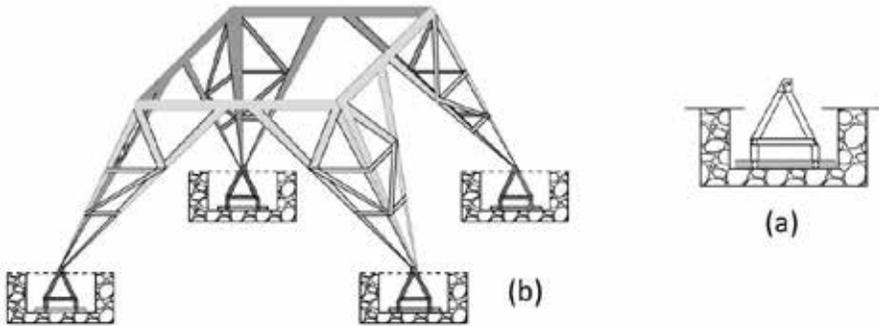


Figura 2.53 - (a) Grelhas, (b) base de torre

4) Montagem das torres – inicialmente faz-se a pré-montagem, ou seja, a montagem de partes da estrutura no solo. Essas partes são levadas aos seus devidos lugares e parafusadas uma na outra obedecendo a sequência de desenho do projeto. Utiliza-se uma ferragem adicional, chamada de falcão (comprimento aproximado de 7 m), para içamento de todo o material, como mostrado na figura 2.54.

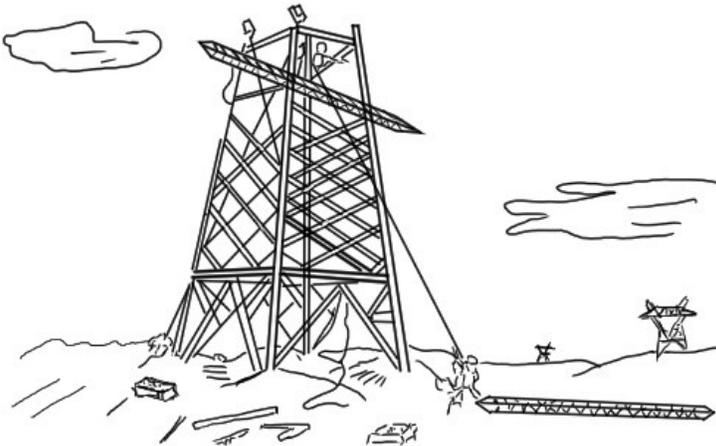


Figura 2.54 - Montagem de uma torre

5) Aterramento das estruturas – de uma maneira geral, o aterramento das estruturas é feito de duas maneiras: a) através de hastes de aterramento; b) através de fios de cobre, fios de aço ou fitas metálicas enterrados a certa profundidade (fios contrapeso), como vemos na figura 2.55.

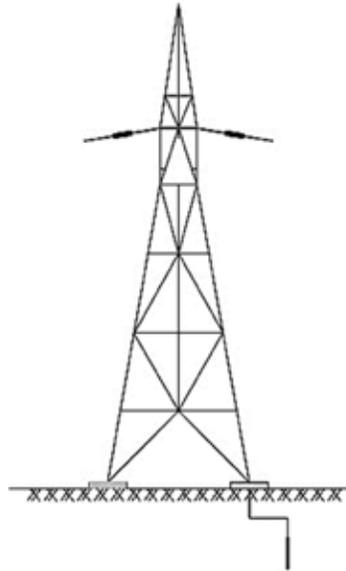


Figura 2.55 - Torre aterrada com haste

6) Aterramento de cercas paralelas à LT – é necessário o aterramento de cercas para possibilitar o escoamento para a terra de correntes nelas induzidas pela LT.

7) Instalação dos isoladores – depois que as torres estão montadas e revisadas, instalam-se as cadeias de isoladores com roldanas (figura 2.56(a), (b)).



Figura 2.56(a), (b) - Instalação de isoladores

Depois, temos a sequência: lançamento da corda guia (feito por um helicóptero), conforme figura 2.57(a) e (b), lançamento do mensageiro (é um cabo de aço de 3/8", que tem por finalidade transportar o cabo piloto até a praça onde estão situadas as bobinas dos condutores. Um cabo mensageiro para cada cabo para-raios. No caso de circuito duplo (dois cabos para-raios), lançam-se dois cabos mensageiros simultaneamente), conforme figura 2.58, lançamento dos cabos para-raios, lançamento do cabo piloto (é um cabo de aço de uma polegada, que tem por finalidade transportar os subcondutores de uma fase) e lançamento dos cabos condutores.

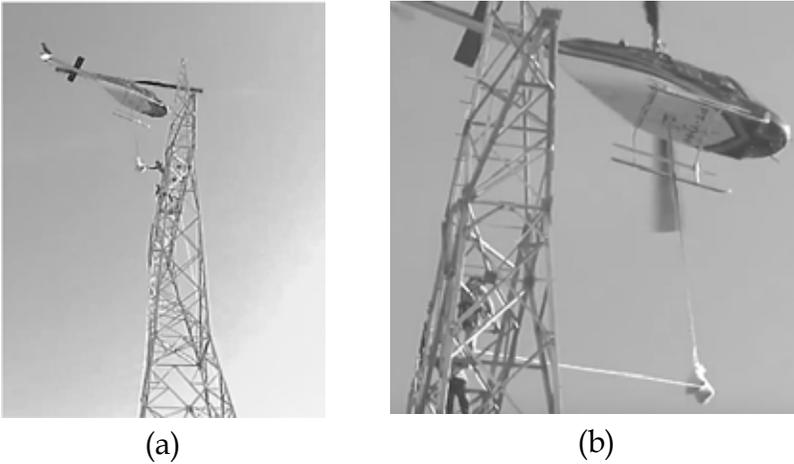


Figura 2.57(a), (b) – Lançamento da corda guia

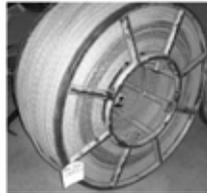


Figura 2.58 – Cabo mensageiro para LT de 345 kV

8) Lançamento dos cabos para-raios – os cabos para-raios são lançados inicialmente de maneira análoga aos condutores das fases.

9) Lançamentos dos condutores – a instalação dos cabos deve ter início próximo a uma torre de ancoragem, para facilitar o nivelamento dos cabos. Caso o início seja entre torres de suspensão, será mais difícil fazer o nivelamento dos cabos.

O comprimento dos vãos para a instalação dos equipamentos leva em consideração o comprimento das bobinas (2.200 m), o comprimento do cabo piloto, o local para

instalação dos equipamentos, obstáculos (rodovias, ferrovias) e vãos para emendas (figura 2.59).

Nas travessias sobre ferrovias, rodovias e outras linhas, são montados cavaletes feitos com paus de eucaliptos (figura 2.60).

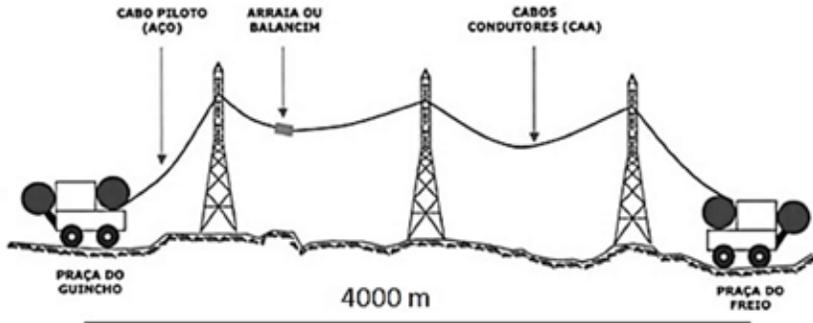


Figura 2.59 - Localização dos equipamentos para lançamento dos cabos



Figura 2.60 - Cavaletes montados para a travessia dos cabos sobre a rodovia

Inicialmente é lançado o cabo piloto. Coloca-se na enroladeira do cabo piloto uma bobina com aproximadamente 4.500 m, tendo em cada extremidade um dispositivo para

colocação do distorcedor. As enroladeiras são colocadas no alinhamento das fases, estaiadas no chão (figura 2.61).

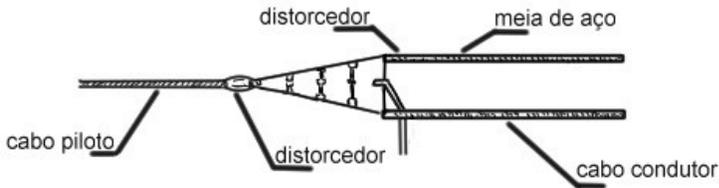


Figura 2.61 - Condutores presos no cabo piloto por distorcedores

A ponta do piloto é engatada no guincho (figura 2.62). Seguindo sempre que possível pelo eixo da LT, o guincho vai puxando o piloto até passar, aproximadamente, 50 m à frente da primeira torre. Os mesmos são tirados do guincho e colocados nas respectivas roldanas com um auxílio de uma corda antecipadamente colocada no sulco central. Amarra-se a ponta da corda no piloto e pela outra extremidade puxa-se manualmente a escolta para o outro lado da torre, prendendo novamente no guincho. O processo é repetido para as outras torres.



Figura 2.62 - Guincho com cabo piloto para LT de 345 kV

Em seguida, temos o flexamento (colocação dos condutores em fleça a cada dois trechos de lançamento), o grampeamento (consiste na retirada das roldanas de lançamento e na instalação

definitiva dos acessórios de suspensão) e a instalação da esfera de sinalização (figura 2.63).



Figura 2.63 - Instalação da esfera de sinalização

## 2.5 Efeito Corona

A corrente de fuga nas linhas aéreas é geralmente muito pequena e vai subindo proporcionalmente com a tensão até um determinado limite. A partir desse ponto o crescimento torna-se muito rápido, deixando de ser desprezível. Assim, para valores muito elevados de tensão, o ar seco deixa de ser um isolante perfeito e a corrente de fuga passa a ter um valor significativo. Muitos testes mostram que o ar seco em temperatura e pressão normais (25 °C e 76 cm de pressão barométrica) deixa de ser isolante em 29.8 kV/cm (valor de pico). Nos pontos onde há arestas ou saliências, devido ao poder das pontas, o campo elétrico passa a ter valores elevados e começam a aparecer eflúvios luminosos, produzindo um leve crepitar. Esses eflúvios constituem o começo da perfuração do dielétrico. A partir de determinado valor de tensão, e quando observado na escuridão, todo o condutor aparece envolto por uma auréola luminosa azulada, que produz um ruído semelhante a um apito, como mostrado na figura 2.64. Esse fenômeno é o efeito corona.

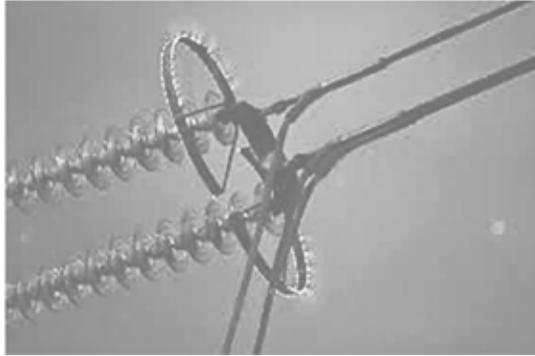


Figura 2.64 - Efeito corona

As principais consequências desse fenômeno são:

- Emissão de luz;
- Ruído audível;
- Ruído de rádio (interferência em circuitos de comunicação);
- Vibração do condutor;
- Liberação de ozônio;
- Aumento das perdas de potência.

A tensão crítica disruptiva, em condições normais de temperatura e pressão (25 °C e 76 cm de Hg), pode ser calculada por:

$$V_0 = 21.2r \ln \left( \frac{D}{r} \right) \text{ kV} \quad (2.19)$$

Onde:

$V_0$  é a tensão de fase (valor médio quadrático) crítica disruptiva em kV;

$r$  é o raio do condutor em cm;

$D$  é a distância entre dois condutores em cm.

A tensão visual crítica, de acordo com Peek, é dada por:

$$V_v = 21.1 \delta m_v r \left( 1 + \frac{0.301}{\sqrt{\delta r}} \right) \ln \frac{D}{r} \quad (2.20)$$

Onde:

$V_v$  é a tensão de fase (valor médio quadrático) visual crítica em kV;

$r$  é o raio do condutor em cm;

$D$  é a distância entre dois condutores em cm;

$m_v$  é o fator de irregularidade para corona visível ( $0 < m_v \leq 1$ ).

$$\delta = \frac{3.921}{273} \quad (2.21)$$

Onde:

$\delta$  é o fator de densidade relativa do ar;

$p$  é a pressão barométrica em cm de Hg;

$t$  é a temperatura em graus Celsius.

As perdas por corona (Peek, 1929), considerando tempo bom, podem ser calculadas através da equação (2.22).

$$P_c = \frac{221}{\delta} (f + 25) \left(\frac{r}{D}\right)^{1/2} (V - V_0)^2 \cdot 10^{-5} \text{ kW/km} \quad (2.22)$$

Onde:

$\delta$  é o fator de densidade relativa do ar;

$f$  é a frequência em Hz;

$r$  é o raio do condutor em cm;

$D$  é a distância entre dois condutores em cm;

$V$  é a tensão fase-neutro de operação em kV.

$V_0$  é a tensão de fase (valor médio quadrático) crítica disruptiva em kV.

## 2.6 Exercícios

**2.6.1** Explique o que são estruturas de suporte.

Resposta: veja item 2.3.1.

**2.6.2** Explique o que são estruturas de transposição.

Resposta: veja item 2.3.1.

**2.6.3** Explique o que são cabos CAA expandidos.

Resposta: veja item 2.3.2.1.

**2.6.4** O que são cabos para-raios?

Resposta: veja item 2.3.2.2.

**2.6.5** Descreva os isoladores de disco.

Resposta: veja item 2.3.3.

**2.6.6** Explique o que são os anéis distribuidores de potencial.

Resposta: veja item 2.3.3.

**2.6.7** Descreva as ferragens usadas nas linhas de transmissão.

Resposta: veja item 2.3.4.

**2.6.8** O que é uma cadeia de jumper?

Resposta: veja item 2.3.4.

**2.6.9** Explique os passos para a construção de uma LT.

Resposta: veja item 2.4.1.

**2.6.10** Julgue os próximos itens relativos a linhas de transmissão de sistemas de energia elétrica.

a) A função dos isoladores em uma linha de transmissão é exclusivamente mecânica: sustentar os condutores nas linhas de transmissão.

b) Nas linhas de transmissão de energia em alta tensão, utilizam-se cabos condutores obtidos pelo encordoamento de fios, em geral, de alumínio. A escolha de condutores com essas características justifica-se pelo fato desses condutores apresentarem menores reatâncias indutivas que os condutores sólidos de mesmo diâmetro e comprimento, entre outros fatores.

Respostas: a) errado, b) errado.

**2.6.11** No que diz respeito à transmissão e distribuição de energia elétrica no Brasil, a Rede Básica do Sistema Interligado Nacional é composta pelas linhas de transmissão, pelos barramentos, pelos transformadores de potência e equipamentos de subestação e pelos transformadores de potência com tensão primária em valor igual ou superior a X e tensões secundária e terciária inferiores a X, a partir de 1º/7/2004. Esse valor X é

- A. 115 kV.
- B. 230 kV.
- C. 345 kV.
- D. 460 kV.

Resposta: letra B.

**2.6.12** Acerca dos requisitos elétricos considerados para o dimensionamento de linhas de transmissão que integram a rede básica do SIN, julgue os itens subseqüentes.

a) Para o dimensionamento dos isoladores de uma linha de transmissão, deve-se contemplar, entre outros fatores, a tensão máxima operativa e o balanço da cadeia de isoladores sob ação

de vento crítico, cujo período de retorno mínimo previsto é estabelecido com base em norma pertinente.

b) Na operação em regime de longa duração, é admitida distância do condutor fase ao solo de até 50 % da distância mínima de segurança da linha de transmissão operando durante condições normais.

Respostas: a) certo, b) errado.

**2.6.13** Qual é o tipo de cabo mais comumente usado no Brasil como condutor de energia elétrica nas linhas aéreas de transmissão?

- A. Cabo de cobre.
- B. Cabo de alumínio (CA).
- C. Cabo de aço galvanizado.
- D. Cabo de alumínio com alma de aço (CAA).
- E. Cabo copperweld.

Resposta: letra D.

**2.6.14** A escolha de um nível adequado de tensão para a transmissão de energia elétrica deve contemplar aspectos técnicos e econômicos de projeto. Com relação a esse assunto, julgue os itens seguintes.

a) No caso da transmissão de um valor fixo de potência entre dois pontos de uma linha de transmissão, um nível de tensão nominal maior irá requerer menor corrente nominal e, conseqüentemente, nessas condições, será necessário um condutor de menor diâmetro.

b) No projeto do sistema de transmissão, deverão ser contemplados custos fixos e operacionais. As perdas associadas ao sistema de transmissão fazem parte dos custos fixos, já os dispêndios relacionados a condutores, isoladores e faixa de passagem estão associados aos custos operacionais.

Respostas: a) certo, b) errado.

**2.6.15** Um aspecto positivo, no sistema elétrico brasileiro, é a possibilidade de integração das diversas regiões do país com grandes linhas de transmissão. Essas linhas, pelo seu porte e responsabilidade operacional, devem atender a diretrizes técnicas no que se refere a seus diversos componentes. A respeito desse assunto, julgue o item a seguir.

a) A escolha do tipo de torre e dos cabos independe das características topográficas do traçado da linha de transmissão.

Resposta: errado.

# CÁLCULO DE PARÊMETROS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

## 3.1 Introdução

A determinação da impedância série e da admitância shunt de uma linha de transmissão aérea, com ou sem cabos para-raios, tem vital importância para que a análise de uma LT possa ser realizada.

Neste capítulo, trataremos da determinação do cálculo dos parâmetros da LT.

## 3.2 Resistência

A resistência de corrente contínua de um condutor a uma temperatura dada é calculada como:

$$R_{CC} = \frac{\rho l}{A} \quad (\Omega) \quad (3.1)$$

Onde:

$\rho$  é a resistividade do condutor a uma dada temperatura;

$l$  é o comprimento do condutor;

$A$  é a área da seção transversal.

A resistência de um condutor depende dos fatores seguintes:

- Encordoamento;

- Temperatura;
- Frequência;
- Módulo da corrente.

A resistência de corrente contínua é maior do que a calculada usando-se a equação (3.1), pois a colocação dos condutores em forma espiral, como mostra a figura 3.1, faz com que fiquem mais longos, de 1 % a 2 % do comprimento original.

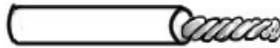


Figura 3.1 - Condutores encordoados

A variação da resistência dos condutores metálicos com a temperatura é aproximadamente linear para operação normal.

$$R_2 = \frac{\rho_1 l_1}{A_1} \left( \frac{t_2 + |T|}{t_1 + |T|} \right) \quad (3.2)$$

Onde:

$T$  é a temperatura constante que depende do material condutor;

Índice 1 são os parâmetros do condutor na temperatura  $t_1$ ;

$R_2$  é a resistência em corrente contínua do condutor na nova temperatura  $t_2$ .

As temperaturas ( $T$ ) para materiais comumente utilizados são:

- Cobre recozido (-234.5 °C);
- Cobre à têmpera dura (-241.5 °C);
- Alumínio à têmpera dura (-228.0 °C).

A resistência em corrente alternada (CA) ou a resistência efetiva é dada por:

$$R_{ca} = \frac{\text{Perda de potência no condutor}}{I_{rms}^2} \quad (3.3)$$

Para corrente contínua, a distribuição da corrente é uniforme ao longo da seção transversal do condutor e a

resistência CC pode ser calculada através da equação (3.1). Mas para a corrente alternada, a distribuição da corrente é não uniforme ao longo da seção transversal do condutor e à medida que a frequência aumenta, a corrente num condutor cilíndrico sólido tende a aumentar em direção à superfície do condutor, com menor densidade de corrente no centro do condutor. Esse fenômeno é chamado de efeito pelicular, como mostra a figura 3.2, (a) e (b).

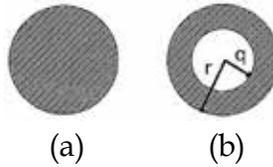


Figura 3.2 - Distribuição de corrente em um condutor tubular

Na figura 3.2(a), temos um condutor tubular excitado em corrente contínua ou com frequência nula. Na figura 3.2(b), o condutor tubular está excitado em corrente alternada. À medida que a frequência da corrente alternada aumenta, a concentração da corrente desloca-se para a periferia do condutor, como mostra a figura 3.3. O efeito pelicular causa um aumento da resistência e uma diminuição da indutância interna com a diminuição da área efetiva de condução.



Figura 3.3 - Efeito pelicular

Na frequência de 60 Hz, a resistência do condutor em CA aumenta pouco em relação à resistência em CC.

A tabela 3.1 apresenta o efeito pelicular em um condutor tubular até 1 MHz, dentro da faixa de um transitório eletromagnético.

**Tabela 3.1 - Efeito pelicular em um condutor tubular**

f (Hz)	$R_{CA}/R_{CC}$	$L_{CA\ interno}/L_{CC\ interno}$
2	1.0002	0.909662
4	1.0007	0.909456
6	1.0015	0.909114
8	1.0025	0.908634
10	1.0041	0.908019
20	1.0164	0.902948
40	1.0532	0.883578
60	1.1347	0.854219
80	1.2233	0.818272
100	1.3213	0.779083
200	1.7983	0.602534
400	2.4554	0.427612
600	2.9421	0.350272
800	3.3559	0.304017
1000	3.7213	0.272232
2000	5,1961	0.192896
4000	7.1876	0.136534
6000	8.7471	0.111515
8000	10.0622	0.096590
10000	11.2289	0.086401
20000	15.7678	0.061106
40000	22.1958	0.043212
60000	27.1337	0.035284
80000	31.2942	0.030557
1000000	34.9597	0.027331

Observamos que na tabela 3.1, até 60 Hz, a influência do efeito peli-cular é pequena, mas, nas frequências de transitórios eletromagnéticos, o efeito pelicular é significativo.

Para os condutores magnéticos, como os condutores de aço utilizados para fios blindados, a resistência depende do módulo da corrente.

Para um condutor múltiplo com “n” subcondutores, sua resis-tência deve ser calculada dividindo a resistência de um

subcondutor, que tem nos catálogos de fabricantes, em uma temperatura e frequência especificadas, por "n". Ou seja,

$$R_{C-múltiplo} = \frac{R_{subcondutor}}{n} \quad (3.4)$$

### 3.3 Indutância

A indutância de uma LT é calculada através de enlaces de fluxo por amperes. Considerando a permeabilidade  $\mu$  constante, os enlaces de fluxo resultantes, produzidos pela corrente senoidal  $I$  e em fase com essa, podem ser expressos como o fasor  $\lambda$ . Assim:

$$L = \frac{\lambda}{I} \quad (3.5)$$

Para calcular a indutância aproximada de uma LT é necessário considerar o fluxo dentro e fora do condutor. Considere o condutor cilíndrico "i" longo mostrado na figura 3.4, que tem um campo magnético concêntrico.

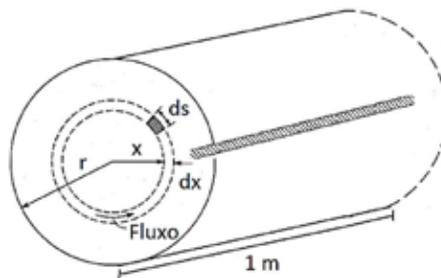


Figura 3.4 - Campo magnético interno de um condutor cilíndrico "i"

A lei de ampere afirma que:

$$fmm = \oint H_{tangente} ds = I_{fechado} \quad (Ampere - espira) \quad (3.6)$$

Onde:

$H_{tangente}$  é a componente da intensidade do campo magnético tangente a  $ds$  (Ampere-espira/metro);

$S$  é a distância ao longo da trajetória (metro);  
 $I$  é a corrente no percurso fechado (Ampères).

Realizando a integração indicada na equação (3.6) ao redor da trajetória circular concêntrica com o condutor a  $x$  metros do centro, sendo  $H_x$  uma constante sobre a trajetória e tangente a ela, temos:

$$H_x(2\pi x) = I_x \quad \text{para } x < r \quad (3.7)$$

Tirando o valor de  $H_x$ :

$$H_x = \frac{I_x}{2\pi x} \quad (3.8)$$

Assumimos uma distribuição uniforme de corrente dentro do condutor, logo:

$$I_x = \frac{\pi x^2}{\pi r^2} I \quad (3.9)$$

Substituindo (3.9) em (3.8), vem:

$$H_x = \frac{x^2}{2\pi x r^2} I = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad \text{Ae/m} \quad (3.10)$$

A densidade de fluxo a  $x$  metros do centro do condutor "i" é:

$$B_x = \mu H_x = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I \quad \text{Wb/m}^2 \quad (3.11)$$

O fluxo diferencial  $d\phi$  por unidade de comprimento do condutor no retângulo tracejado da figura 3.2 é:

$$d\phi = B_x dx = \frac{\mu x}{2\pi r^2} I dx \quad \text{Wb/m} \quad (3.12)$$

Os enlaces de fluxo  $d\lambda$  por metro de comprimento, que são originados pelo fluxo no elemento tubular, são o produto do

fluxo por metro de comprimento pela fração da corrente enlaçada.

$$d\lambda_i = d\Phi \frac{\pi x^2}{\pi r^2} = \frac{x^2}{r^2} d\Phi = \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx \quad (3.13)$$

$$\lambda_{interno(i)} = \int_0^r \frac{\mu x^3 I}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu I}{8\pi} \quad (3.14)$$

Sabendo que  $\mu = \mu_r \mu_0 = 1x 4\pi x 10^{-7} H/m$

$$\lambda_{interno(i)} = \frac{I}{2} 10^{-7} \quad Wb/m \quad (3.15)$$

Logo, a indutância interna do condutor "i" vale:

$$L_{interna(i)} = \frac{1}{2} 10^{-7} \quad H/m \quad (3.16)$$

Consideremos, agora, o enlace de fluxo externo ao condutor "i", como mostrado na figura 3.5.

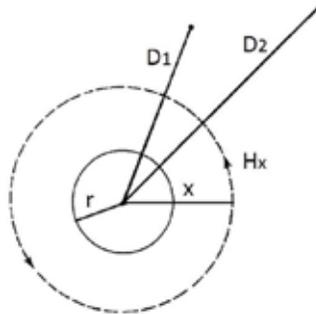


Figura 3.5 - Campo magnético externo ao condutor "i"

A partir da equação (3.12) a densidade de fluxo externo ao condutor "i", isto é, para  $x > r$ , com a permeabilidade fora do condutor  $\mu = \mu_0$ , é calculada como:

$$B_x = \mu H_x = 4\pi x 10^{-7} \frac{I}{2\pi x} = 2x 10^{-7} \frac{I}{x} \quad Wb/m^2 \quad (3.17)$$

Toda a corrente I está ligada ao fluxo fora do condutor:

$$d\Phi = d\lambda = 2x 10^{-7} \frac{I}{x} dx \quad (Wb/m) \quad (3.18)$$

Integrando a equação (3.18) entre dois pontos externos às distâncias  $D_1$  e  $D_2$ , vem:

$$\lambda_{12} = \int_{D_1}^{D_2} 2x10^{-7} \frac{I}{x} dx = 2x10^{-7} I \int_{D_1}^{D_2} \frac{dx}{x} = 2x10^{-7} I \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (Wb - esp/m) \quad (3.19)$$

A indutância externa ao condutor "i", devido ao enlace de fluxo  $\lambda_{12}$ , vale:

$$L_{12} = \frac{\lambda_{12}}{I} = 2x10^{-7} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad H/m \quad (3.20)$$

Considerando o enlace de fluxo total  $\lambda_T$ , que liga o condutor "i" ao ponto externo P à distância D, faz com que  $D_1 = r$  e  $D_2 = D$ , logo:

$$\begin{aligned} \lambda_T &= \frac{I}{2} 10^{-7} + 2x10^{-7} I \ln \frac{D}{r} = 10^{-7} I \left( \frac{1}{2} + 2 \ln \frac{D}{r} \right) = \\ &= 10^{-7} I \left( 2 \ln e^{1/4} + 2 \ln \frac{D}{r} \right) = 2x10^{-7} I \left( \ln \frac{De^{1/4}}{r} \right) = \\ &= 2x10^{-7} I \left( \ln \frac{D}{re^{-1/4}} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

O termo

$$RMG = r' = re^{-1/4} = 0.7788r \quad (3.22)$$

é conhecido como raio médio geométrico (RMG) e aplica-se a condutores cilíndricos sólidos. Portanto,  $\lambda_T$  e a indutância total do condutor "i" são respectivamente:

$$\lambda_T = 2x10^{-7} I \left( \ln \frac{D}{RMG} \right) \quad (3.23)$$

$$L_T = \frac{\lambda_T}{I} = 2x10^{-7} \left( \ln \frac{D}{RMG} \right) \quad (3.24)$$

### 3.4 Enlaces de Fluxo de um Condutor dentro de um Grupo

Um problema mais geral é o de um condutor em um grupo de “N” condutores, como mostrado na figura 3.6, onde a soma das correntes, que circulam em todos eles, é igual a zero. Isto é:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_i + \dots + I_N = \sum_{n=1}^{n=N} I_n = 0 \quad (3.25)$$

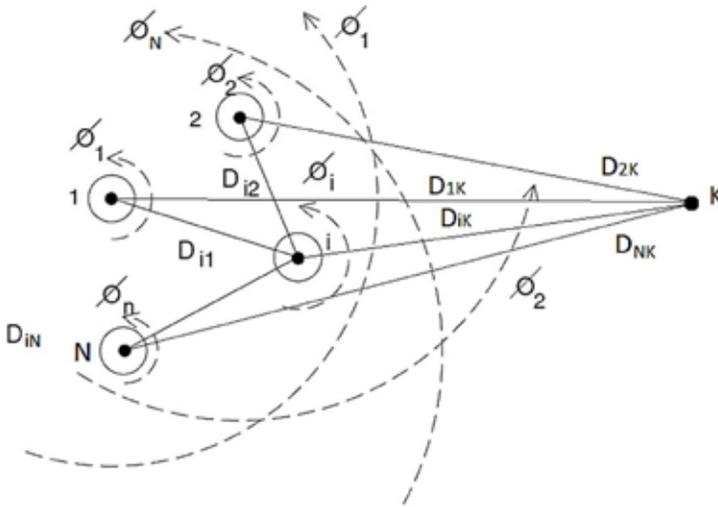


Figura 3.6 - Grupo de “N” condutores cilíndricos

De acordo com a equação (3.23), o enlace de fluxo total que liga cada condutor “i” até a distância de um ponto K pode ser calculado usando o teorema da superposição. Portanto:

$$\lambda_{iK} = \lambda_{i1} + \lambda_{i2} + \dots + \lambda_{iN} = 2 \times 10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{D_{Kn}}{D_{in}} \right) \quad (3.26)$$

Devemos destacar que para  $n = i \rightarrow D_{ii} = RMG$ .

Desmembrando a equação (3.26) em duas parcelas, vem:

$$\lambda_{iK} = 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{1}{D_{in}} \right) + 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln D_{Kn} \quad (3.27)$$

Separando o último termo do segundo somatório, vem:

$$\lambda_{iK} = 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{1}{D_{in}} \right) + 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N-1} I_n \ln D_{Kn} + I_n \ln D_{KN} \quad (3.28)$$

Da equação (3.25), temos

$$I_n = -(I_1 + I_2 + \dots + I_i + \dots + I_{N-1}) = -\sum_{n=1}^{n=N-1} I_n \quad (3.29)$$

Substituindo a equação (3.28) na equação (3.27), temos:

$$\begin{aligned} \lambda_{iK} &= 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{1}{D_{in}} \right) + \\ &2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N-1} I_n \ln D_{Kn} - \sum_{n=1}^{n=N-1} I_n \ln D_{KN} = \\ &2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{1}{D_{in}} \right) + 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N-1} I_n \ln \left( \frac{D_{Kn}}{D_{KN}} \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

Fazendo o ponto  $K \rightarrow \infty$ , todas as distâncias tornam-se iguais; portanto,  $\frac{D_{Kn}}{D_{KN}} \rightarrow 1$  e  $\ln \left( \frac{D_{Kn}}{D_{KN}} \right) \rightarrow 0$ . Assim, o enlace de fluxo total é igual a:

$$\lambda_{iT} = 2x10^{-7} \sum_{n=1}^{n=N} I_n \ln \left( \frac{1}{D_{in}} \right) \quad (3.31)$$

Para o cálculo da indutância de uma linha de condutores compostos, os quais consistem de dois ou mais subcondutores cilíndricos sólidos em paralelo, usaremos a equação (3.31).

### 3.5 Indutância de Linhas com Condutores Múltiplos

Na figura 3.7, temos uma LT monofásica composta com dois condutores: o condutor X tem N subcondutores e o condutor Y tem M subcondutores. A única restrição é que cada subcondutor paralelo é cilíndrico e conduz a mesma corrente. Portanto, cada subcondutor de X conduz uma corrente  $I/N$  e cada subcondutor de Y conduz uma corrente  $-I/M$ .

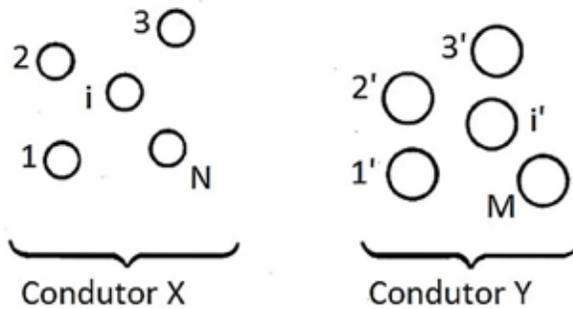


Figura 3.7 - Linha monofásica com dois condutores múltiplos

Ao aplicar a equação (3.30) ao subcondutor 1 do condutor X, obtemos:

$$\lambda_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{N} \left[ \ln \left( \frac{1}{R M G_1} \right) + \ln \left( \frac{1}{D_{12}} \right) + \ln \left( \frac{1}{D_{13}} \right) + \dots + \ln \left( \frac{1}{D_{1N}} \right) \right] - 2 \times 10^{-7} \frac{I}{M} \left[ \ln \left( \frac{1}{D_{11'}} \right) + \ln \left( \frac{1}{D_{12'}} \right) + \ln \left( \frac{1}{D_{13'}} \right) + \dots + \ln \left( \frac{1}{D_{1M}} \right) \right] \quad (3.32)$$

$$\lambda_1 = 2 \times 10^{-7} I \ln \left( \frac{\sqrt[M]{D_{11'} D_{12'} D_{13'} \dots D_{1M}}}{\sqrt[N]{R M G_1 D_{12} D_{13} \dots D_{1N}}} \right) \text{ Wb} - \text{ esp/m} \quad (3.33)$$

A indutância do subcondutor 1 é calculada como:

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{I} = 2N \times 10^{-7} \ln \left( \frac{\sqrt[M]{D_{11}' D_{12}' D_{13}' \dots D_{1M}}}{\sqrt[N]{R M G_1 D_{12} D_{13} \dots D_{1N}}} \right) \quad H/m \quad (3.34)$$

De forma similar, podemos calcular as indutâncias dos subcondutores 2, 3 e N. Como, por exemplo, para o subcondutor 2, temos:

$$L_2 = 2N \times 10^{-7} \ln \left( \frac{\sqrt[M]{D_{21}' D_{22}' D_{23}' \dots D_{2M}}}{\sqrt[N]{D_{21} R M G_2 D_{23} \dots D_{2N}}} \right) \quad H/m \quad (3.35)$$

A indutância média dos subcondutores do condutor X vale:

$$L_{\text{médio}} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N}{N} \quad (3.36)$$

O condutor X se compõe de N subcondutores que estão eletricamente em paralelo.

$$L_X = \frac{L_{\text{médio}}}{N} = \frac{\frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N}{N}}{N} = \frac{L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N}{N^2} \quad (3.37)$$

Substituindo os valores de  $L_1, L_2, L_3 \dots L_N$ , vem:

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \left( \frac{\sqrt[MN]{(D_{11}' D_{12}' D_{13}' \dots D_{1M})(D_{21}' D_{22}' D_{23}' \dots D_{2M}) \dots (D_{M1}' D_{M2}' D_{M3}' \dots D_{MN})}}{\sqrt[N^2]{(R M G_1 D_{12} D_{13} \dots D_{1N})(D_{21} R M G_2 D_{23} \dots D_{2N}) \dots (D_{N1} D_{N2} D_{N3} \dots R M G_N)}} \right) \quad H/m \quad (3.38)$$

O numerador da equação (3.38) é conhecido como distância média geométrica mútua ( $D_m$ ) entre os condutores X e Y e o denominador é conhecido como distância média geométrica própria ( $D_s$ ). Assim,

$$L_X = 2 \times 10^{-7} \ln \left( \frac{D_m}{D_s} \right) \text{ H/m} \quad (3.39)$$

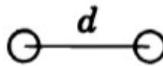
A indutância do subcondutor Y é determinada de forma similar e a indutância da linha é dada por:

$$L_{\text{linha}} = L_X + L_Y \quad (3.40)$$

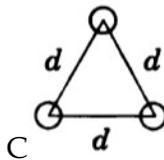
### 3.6 Cálculo da DMG Própria de Condutores Múltiplos

Em LTs de tensão acima de 230 kV, com um só condutor por fase, as perdas por efeito corona e interferências nas comunicações podem ser muito altas. Assim, quando aumentamos o grupamento de condutores dentro do grupo, reduz-se o gradiente de alta tensão, se dois ou mais condutores são colocados por fase a uma distância que, comparada com a distância entre as fases, é pequena. Outro efeito do agrupamento de condutores é reduzir a reatância.

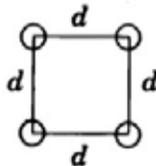
Na figura 3.8, (a), (b) e (c), são mostrados os grupamentos de condutores utilizados.



(a) Dois condutores agrupados



(b) Três condutores agrupados



(c) Quatro condutores agrupados

Figuras 3.8(a), (b), (c) - Agrupamento com dois, três e quatro condutores

O cálculo da distância média geométrica (DMG) é feito utilizando a expressão do denominador da equação (3.38), como segue:

Dois condutores agrupados:

$$D_{s2} = \sqrt[2]{RMG_1(d)RMG_2(d)} = \sqrt[4]{[(RMG)(d)]^2} = \sqrt{(RMG)(d)} \quad (3.41)$$

Com  $RMG_1 = RMG_2 = RMG$

Três condutores agrupados:

$$D_{s3} = \sqrt[3]{RMG_1(d)(d)RMG_2(d)(d)RMG_3(d)(d)} = \sqrt[9]{[(RMG)(d)(d)]^3} = \sqrt[3]{RMG(d)^2} \quad (3.42)$$

Com  $RMG_1 = RMG_2 = RMG_3 = RMG$

Quatro condutores agrupados:

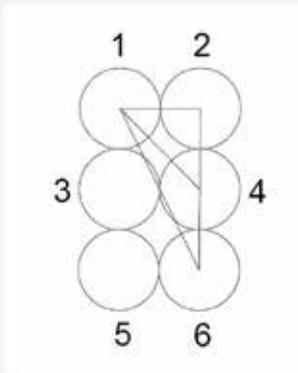
$$D_{s4} = \sqrt[4]{RMG_1(d)(d)(d\sqrt{2})RMG_2(d)(d)(d\sqrt{2})RMG_3(d)(d)(d\sqrt{2})RMG_4(d)(d)(d\sqrt{2})} = \sqrt[16]{[(RMG)(d)(d)(d\sqrt{2})]^4} = 1.0905 \sqrt[4]{RMG(d)^3} \quad (3.43)$$

Com  $RMG_1 = RMG_2 = RMG_3 = RMG_4 = RMG$

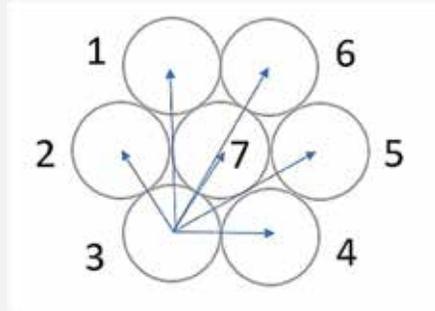
### Exemplo 3.1

Determinar a distância média geométrica própria para cada um dos cabos não convencionais mostrados na figura 3.9(a), (b), (c) e (d), supondo que cada um dos subcondutores tem diâmetro  $2r = 2.3$  mm e a mesma densidade de corrente. Para o condutor (d), o fio central

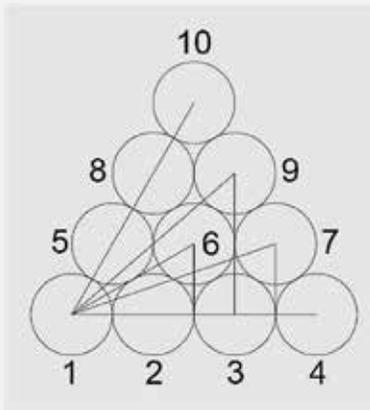
deve ser considerado com condutividade diferente de zero e com condutividade zero.



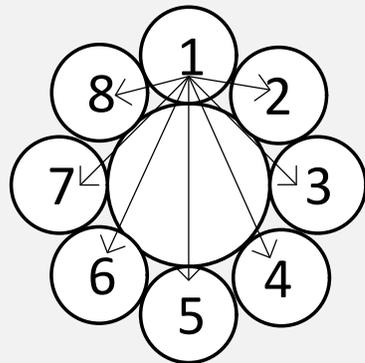
(a)



(b)



(c)



(d)

Figuras 3.9(a), (b), (c), (d) – Cabos condutores não convencionais

**Solução:**

Condutor (a)

As distâncias entre cada condutor são as seguintes:

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = D_{44} = D_{55} = D_{66} = R_{MG}$$

$$D_A = D_{12} = D_{13} = D_{24} = D_{34} = D_{35} = D_{46} = D_{56} = 2r$$

$$D_B = D_{14} = D_{23} = D_{36} = D_{45} = 2r\sqrt{2}$$

$$D_C = D_{15} = D_{26} = 4r$$

$$D_D = D_{16} = D_{25} = 2r\sqrt{5}$$

Utilizando essas distâncias e usando a expressão do denominador da equação (3.38):

$$D_s = \sqrt[6^2]{RMG^6 * ((D_A)^7)^2 * ((D_B)^4)^2 * ((D_C)^2)^2 * ((D_D)^2)^2}$$

$$D_s = \sqrt[36]{(0,7788r)^6 * ((2r)^7)^2 * ((2r\sqrt{2})^4)^2 * ((4r)^2)^2 * ((2r\sqrt{5})^2)^2}$$

$$D_s = \sqrt[36]{0,223128814r^6 * 16384r^{14} * 4096r^8 * 256r^4 * 400r^4}$$

$$D_s = \sqrt[36]{(0,223128814 * 16384 * 4096 * 256 * 400) * r^{36}}$$

$$D_s = 2,180167569r$$

Condutor (b)

As distâncias entre cada condutor são as seguintes:

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = D_{44} = D_{55} = D_{66} = D_{77} = RMG$$

Para o cabo 3:

$$D_{32} = D_{34} = D_{37} = 2r$$

$$D_{36} = 4r$$

$$D_{35} = D_{31} = \frac{\text{sen}(120^\circ) \cdot 2r}{\text{sen}(30^\circ)} = \text{sen}(60^\circ) \cdot 4r$$

Da figura 3.9(b), para os cabos 1, 2, 4, 5 e 6 temos as mesmas distâncias.

Para o cabo 7:

$$D_{71} = D_{72} = D_{73} = D_{74} = D_{75} = D_{76} = 2r$$

Utilizando essas distâncias e usando a expressão do denominador da equação (3.38):

$$D_s = \sqrt[7^2]{(RMG)^7 * ((D_{32})^3)^6 * (D_{36})^6 * ((D_{35})^2)^6 * (D_{71})^6}$$

$$D_s = \sqrt[49]{(RMG)^7 * ((2r)^3)^6 * (4r)^6 * ((\text{sen}(60^\circ) \cdot 4r)^2)^6 * (2r)^6}$$

$$D_s = \sqrt[49]{(0,7788r)^7 * (2r)^{24} * (4r)^6 * ((\text{sen}(60^\circ) \cdot 4r)^2)^6}$$

$$D_s = \sqrt[49]{(0,7788)^7 * (2)^{24} * (4)^6 * (\text{sen}(60^\circ) \cdot 4)^{12} * r^{49}}$$

$$D_s = 2,176701906r$$

Condutor (c)

As distâncias entre cada condutor são as seguintes:

$$D_{11} = D_{22} = D_{33} = D_{44} = D_{55} = D_{66} = D_{77} = D_{88} = D_{99} = D_{1010} = RMG$$

$$D_A = D_{12} = D_{15} = D_{23} = D_{25} = D_{26} = D_{34} = D_{36} = D_{37} = D_{47} = D_{56} = D_{58} = D_{67}$$

$$= D_{68} = D_{69} = D_{79} = D_{89} = D_{810} = D_{910} = 2r$$

$$D_B = D_{13} = D_{18} = D_{24} = D_{29} = D_{38} = D_{49} = D_{57} = D_{510} = D_{710} = 4r$$

$$D_C = D_{16} = D_{27} = D_{35} = D_{46} = D_{59} = D_{78} = 2r\sqrt{2}$$

$$D_D = D_{14} = D_{110} = D_{410} = 6r$$

$$D_E = D_{17} = D_{19} = D_{210} = D_{310} = D_{45} = D_{48} = 2r\sqrt{7}$$

$$D_F = D_{28} = D_{39} = D_{610} = 2r\sqrt{3}$$

Utilizando essas distâncias e usando a expressão do denominador da equação (3.38):

$$D_s = \sqrt[102]{RMG^{10} * ((D_A)^{18})^2 * ((D_B)^9)^2 * ((D_C)^6)^2 * ((D_D)^3)^2 * ((D_E)^6)^2 * ((D_F)^3)^2}$$

$$D_s = \sqrt[100]{(0,7788r)^{10} * ((2r)^{18})^2 * ((4r)^9)^2 * ((2r\sqrt{2})^6)^2 * ((6r)^3)^2 * ((2r\sqrt{7})^6)^2}$$

$$D_s = \sqrt[100]{0,082084173r^{10} * 2^{36}r^{36} * 2^{36}r^{18} * 2^{18}r^{12} * 46656r^6 * 481890304r^{12}}$$

$$D_s = \sqrt[100]{(0,082084173 * 2^{36} * 2^{36} * 2^{18} * 46656 * 481890304 * 1728) * r^{100}}$$

$$D_s = 2,666635059r$$

Condutor (d)

Para o cálculo dos ângulos, redesenhamos a figura 3.9(d):

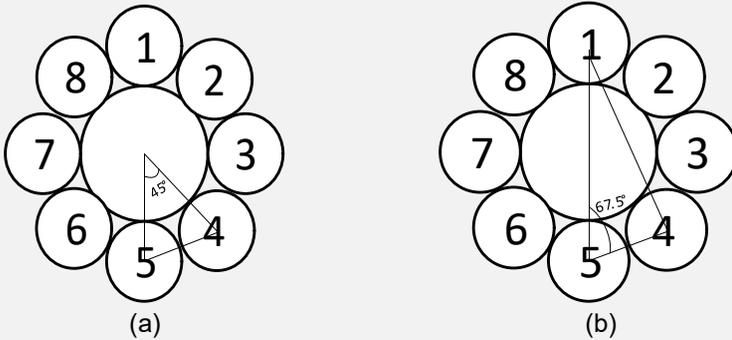


Figura 3.10(a), (b) - Ângulos

$$D_{alma} = 11.9 - 2 * 2.377 = 7.146$$

$$D = 2.377mm$$

$$D_{12} = D$$

$$D_{13} = \sqrt{\left(\frac{D_{alma}}{2} + \frac{D}{2}\right)^2 * 2} = 6,73377mm$$

$$D_{14} = \sqrt{(D_{alma} + D)^2 + 2D^2 - 2(D_{alma} + D)2D \cos(67.5)} = 10.99mm$$

$$D_{15} = D_{alma} + D = 11.9mm$$

$$RMG=0.7778D/2$$

$$D_s = \sqrt[8]{(RMG)^8 x (D_{12}^2)^8 x (D_{13}^2)^8 x (D_{14}^2)^8 x (D_{15})^8} = 4.91 \text{mm}$$

Considerando a alma de aço:

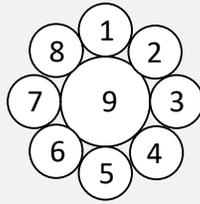


Figura 3.11 - Condutor do item (d) com alma de aço

$$D_{19} = \frac{D_{alma}}{2} + \frac{D}{2} = 4.7615, RMG1, RMG2 = \{0.7788D/2, 0.7788D_{alma}/2\}$$

$$D_s = \sqrt[9]{(RMG1)^8 x RMG2 x (D_{12}^2)^9 x (D_{13}^2)^9 x (D_{14}^2)^9 x (D_{15})^9 x (D_{19})^9} = 4.965 \text{m}$$

### 3.7 Cálculo Matricial de Parâmetros de Linhas de Transmissão

A impedância longitudinal de uma linha de transmissão pode ser dividida em três componentes:

- $Z_{int}$  → a impedância interna do condutor;
- $Z_{ext}$  → a impedância externa do condutor;
- $Z_{solo}$  → a impedância devido ao efeito da terra.

#### 3.7.1 Cálculo da impedância interna

Os condutores usados normalmente são na sua generalidade condutores tubulares (figura 3.12), apresentando dois tipos de materiais na sua constituição. Assim sendo, definem-se dois raios para esses condutores: um raio interno  $q$ , que delimita um determinado material, normalmente o aço, que tem como função suportar o peso do cabo; e um raio externo  $r$ , que delimita o outro material, este sim com as propriedades de condução desejadas, normalmente alumínio ou cobre.

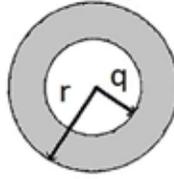


Figura 3.12 - Modelo do condutor tubular

A expressão para o cálculo da impedância interna do condutor é dada por:

$$Z_{int} = R_{int} + j\omega L_{int} = R_{CC} j \frac{1}{2} m r (1 - s^2) \frac{[ber(mr) + jbei(mr) + \varphi(ke'(mr) + jkei'(mr))]}{[ber'(mr) + jbei'(mr) + \varphi(ke'(mr) + jkei'(mr))]} \quad (3.44)$$

Onde:

$R_{int}$  é a resistência em corrente alternada com efeito pelicular incluído em  $\Omega/km$ ;

$L_{int}$  é a indutância interna com efeito pelicular incluído em  $\Omega/km$ ;

$R_{CC}$  é a resistência em corrente contínua em  $\Omega/km$ .

$$\varphi = - \frac{[ber'(mq) + jbei'(mq)]}{ker'(mq) + jkei'(mq)} \quad (3.45)$$

$$s = q/r \quad (3.46)$$

$$(mr)^2 = k \frac{1}{1-s^2} \quad (3.47)$$

$$(mq)^2 = k \frac{s^2}{1-s^2} \quad (3.48)$$

$$k = \frac{8\pi 10^{-4} f}{R_{CC}} \mu_r \quad (3.49)$$

Onde:

$f$  é a frequência (Hz);

$\mu_r$  é a permeabilidade relativa do meio;

ber, bei, ker, kei são funções de Kelvin, que pertencem à família das funções de Bessel, e ber', bei', ker' e kei' são as suas derivadas, respectivamente.

Os termos ber e bei são abreviações de “Bessel real” e “Bessel imaginário”, respectivamente.

As funções de Bessel foram definidas primeiro pelo matemático Daniel Bernoulli e generalizadas pelo matemático alemão Friederich Wilhelm Bessel. As aproximações polinomiais das funções de Bessel são definidas desde a equação 3.50 até 3.61 a seguir e usadas no programa ATPdraw.

Para  $-8 \leq x \leq 8$

$$\begin{aligned} \text{ber}(x) = & 1 - 64 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^4 \right) + 113.77777774 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^8 \right) - \\ & 32.36345652 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{12} \right) + 2.64191397 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{16} \right) - \\ & 0.08349609 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{20} \right) + 0.00122552 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{24} \right) - \\ & 0.00000901 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{28} \right) + \varepsilon \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$|\varepsilon| < 1x10^{-9}$$

$$\begin{aligned} \text{bei}(x) = & 16 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^2 \right) - 113.77777774 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^6 \right) + \\ & 72.81777742 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{10} \right) - 10.56765779 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{14} \right) + \\ & 0.52185615 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{18} \right) - 0.01103667 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{22} \right) + \\ & 0.00011346 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{26} \right) + \varepsilon \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$|\varepsilon| < 6x10^{-9}$$

Para  $0 < x \leq 8$

$$\begin{aligned}
 ker(x) = & -\ln\left(\frac{1}{2}x\right)ber(x) + \frac{1}{4}\pi bei(x) - 0.57721566 - \\
 & 59.05819744\left(\left(\frac{x}{8}\right)^4\right) + 171.36272133\left(\left(\frac{x}{8}\right)^8\right) - \\
 & 60.60977451\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{12}\right) + 5.65539121\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{16}\right) - \\
 & 0.19636347\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{20}\right) + 0.00309699\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{24}\right) - \\
 & 0.00002458\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{28}\right) + \varepsilon \tag{3.52} \\
 & |\varepsilon| < 1x10^{-8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 kei(x) = & -\ln\left(\frac{1}{2}x\right)bei(x) - \frac{1}{4}\pi ber(x) + \\
 & 6.76454936\left(\left(\frac{x}{8}\right)^2\right) - 142.91827687\left(\left(\frac{x}{8}\right)^6\right) + \\
 & 124.23569650\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{10}\right) - 21.30060904\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{14}\right) + \\
 & 1.17509064\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{18}\right) - 0.02695875\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{22}\right) + \\
 & 0.00029532\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{26}\right) + \varepsilon \tag{3.53} \\
 & |\varepsilon| < 3x10^{-9}
 \end{aligned}$$

As derivadas destas funções são dadas por:

Para  $-8 \leq x \leq 8$

$$\begin{aligned}
 ber'(x) = & x \left[ -4\left(\left(\frac{x}{8}\right)^2\right) + 14.22222222\left(\left(\frac{x}{8}\right)^6\right) - \right. \\
 & 6.06814810\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{10}\right) + 0.66047849\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{14}\right) - \\
 & 0.02609253\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{18}\right) + 0.00045957\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{22}\right) - \\
 & \left. 0.00000394\left(\left(\frac{x}{8}\right)^{26}\right) \right] + \varepsilon \tag{3.54} \\
 & |\varepsilon| < 2.1x10^{-8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
bei'(x) = x & \left[ \frac{1}{2} - 10.66666666 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^4 \right) + \right. \\
& 11.37777772 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^8 \right) - 2.31167514 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{12} \right) + \\
& 0.14677204 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{16} \right) - 0.00379386 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{20} \right) + \\
& \left. 0.00004609 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{24} \right) \right] + \varepsilon \qquad (3.55) \\
& |\varepsilon| < 7x10^{-8}
\end{aligned}$$

Para  $0 < x \leq 8$

$$\begin{aligned}
ker'(x) = -\ln \left( \frac{1}{2} x \right) ber'(x) - x^{-1} ber(x) + \\
\frac{1}{4} \pi bei'(x) + x & \left[ -3.69113734 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^2 \right) + \right. \\
& 21.42034017 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^6 \right) - 11.36433272 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{10} \right) + \\
& 1.41384780 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{14} \right) - 0.06136358 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{18} \right) + \\
& \left. 0.00116137 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{22} \right) - 0.00001075 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{26} \right) \right] + \varepsilon \qquad (3.56) \\
& |\varepsilon| < 8x10^{-8}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
kei'(x) = -\ln \left( \frac{1}{2} x \right) bei'(x) - x^{-1} bei(x) - \\
\frac{1}{4} \pi ber'(x) + x & \left[ 0.21139217 - 13.39858846 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^4 \right) + \right. \\
& 19.41182758 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^8 \right) - 4.65950823 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{12} \right) + \\
& 0.33049424 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{16} \right) - 0.00926707 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{20} \right) + \\
& \left. 0.00011997 \left( \left( \frac{x}{8} \right)^{24} \right) \right] + \varepsilon \qquad (3.57) \\
& |\varepsilon| < 7x10^{-8}
\end{aligned}$$

Para  $8 \leq x < \infty$

$$\ker(x) + jkei(x) = f(x)(1 + \epsilon_1) \quad (3.58)$$

Onde:

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{\pi}{2x}\right)} \exp \left[ -\frac{1+j}{\sqrt{2}} x + \theta(-x) \right]$$

$$|\epsilon_1| < 1x10^{-7}$$

$$\text{ber}(x) + j\text{bei}(x) - \frac{j}{\pi} (\ker(x) + jkei(x)) = g(x)(1 + \epsilon_2) \quad (3.59)$$

Onde:

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp \left[ \frac{1+j}{\sqrt{2}} x + \theta(x) \right]$$

$$|\epsilon_2| < 3x10^{-7}$$

$$\begin{aligned} \theta(x) = & (0.0 - 0.3926991j) + (0.0110486 - 0.0110485j) \left(\frac{8}{x}\right) \\ & + (0.0 - 0.0009765j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^2\right) \\ & + (-0.0000906 - 0.0000901j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^3\right) \\ & + (-0.000252 + 0.0j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^4\right) \\ & + (-0.0000034 + 0.0000051j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^5\right) \\ & + (0.0000006 + 0.0000019j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^6\right) \\ \ker'(x) + jkei'(x) = & -f(x)\theta(-x)(1 + \epsilon_3) \quad (3.60) \\ & |\epsilon_3| < 2x10^{-7} \end{aligned}$$

$$\text{ber}'(x) + j\text{bei}'(x) - \frac{j}{\pi} (\ker'(x) + jkei'(x)) = g(x)\theta(x)(1 + \epsilon_4) \quad (3.61)$$

$$|\epsilon_4| < 3x10^{-7}$$

Onde:

$$\begin{aligned} \phi(x) = & (0.7071068 + 0.7071068j) \\ & + (-0.0625001 - 0.0000001j) \left(\frac{8}{x}\right) \\ & + (-0.0013813 + 0.0013811j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^2\right) \\ & + (0.0000005 + 0.0002452j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^3\right) \\ & + (0.000346 + 0.0000338j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^4\right) \\ & + (0.0000117 - 0.0000024j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^5\right) \\ & + (0.0000016 - 0.0000032j) \left(\left(\frac{8}{x}\right)^6\right) \end{aligned}$$

Para argumentos  $x \geq 8$ , todas as funções de Bessel e Kelvin são multiplicadas por  $\exp\left[-\frac{1+j}{\sqrt{2}}x\right]$  para evitar números muito grandes.

### Exemplo 3.2

Determine os valores das relações  $\frac{R_{CA}}{R_{CC}}$  e  $\frac{L_{CA}}{L_{CC}}$  de um condutor, em 60 Hz, que tem uma resistência em cc de  $0.02474 \Omega/\text{km}$  e uma relação  $\frac{q}{r} = 0.2258$ . A indutância interna do cabo em cc é dada por:

$$L_{CC} = 2x10^{-4} \left[ \frac{q^4}{(r^2 - q^2)^2} \ln\left(\frac{r}{q}\right) - \frac{(3q^2 - r^2)}{4(r^2 - q^2)} \right] \quad \Omega/\text{km}$$

**Solução:**

Cálculo de  $L_{CC}$ : usando a equação dada, vem:

$$\begin{aligned} L_{CC} &= 4.5487x10^{-5} \quad \Omega/\text{km} \\ s &= \frac{q}{r} = 0.2258 \\ k &= \frac{8\pi 10^{-4} f}{R_{CC}} \mu_r = \frac{8\pi 10^{-4} 60}{0.02474} 1 = 6.0976 \\ mr &= \sqrt{\frac{k}{1 - s^2}} = \sqrt{\frac{6.0976}{1 - 0.2258^2}} = 2.5348 \end{aligned}$$

$$mq = \sqrt{\frac{ks^2}{1-s^2}} = \sqrt{\frac{6.0976(0.2258)^2}{1-0.2258^2}} = 0.5724$$

Cálculo das funções de Bessel: usando as equações (3.50) até (3.57), temos:

$$ber(mr) = 0.3665$$

$$bei(mr) = 1.4919$$

$$ker(mr) = -0.0702$$

$$kei(mr) = -0.1056$$

$$ber'(mr) = -0.9816$$

$$bei'(mr) = 0.9978$$

$$ker'(mr) = -0.0130$$

$$kei'(mr) = 0.1444$$

Para o cálculo do  $\varphi$  usando a equação (3.45), precisamos calcular as derivadas em função de  $mq$ .

$$ber'(mq) = -0.0117$$

$$bei'(mq) = 0.2860$$

$$ker'(mq) = -1.0955$$

$$kei'(mq) = -0.4665$$

Cálculo do  $\varphi$ :

$$\varphi = 0.0851 + j0.2249$$

Cálculo da impedância interna: usando a equação (3.44), temos:

$$Z_{int} = R_{int} + j\omega L_{int} = 0.0273 + j0.0158 \quad \Omega/\text{km}$$

Cálculo das relações:

$$\frac{R_{CA}}{R_{CC}} = 1.1036$$

$$\frac{L_{CA}}{L_{CC}} = 0.9225$$

### 3.7.2 Método de Carson

As correções de Carson introduzem o efeito de retorno pelo solo. A matriz de impedâncias pode ser calculada usando as equações desenvolvidas por Carson (1928) e modificadas por Clarke (1943) e Calabrese (1959), e o método é, preferencialmente, para execução computacional. Na figura 3.13, são mostrados os dados principais necessários para o método.

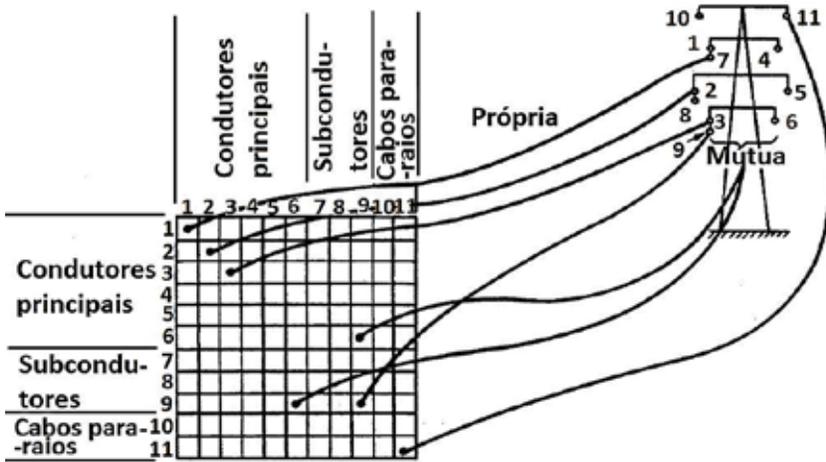


Figura 3.13 – Colocação de dados para processar o método de Carson

O método de Carson pode ser aplicado para:

- Circuitos inerentemente desequilibrados;
- Distâncias entre os condutores desiguais;
- Linhas sem transposição;
- Linhas com número arbitrário de condutores.

O método necessita de dados de condutores, subcondutores, cabos para-raios, altura e distâncias entre condutores e entre condutores e suas imagens.

O método de Carson considera as seguintes suposições:

- Plano de terra infinito;
- Superfície sólida uniforme;
- Resistividade de terra constante;
- Efeitos de aterramento de neutro não interferem na frequência da potência;
- Usa um condutor imagem para cada condutor. O condutor imagem está a uma distância abaixo do solo igual à distância acima do solo, como mostra a figura 3.14.

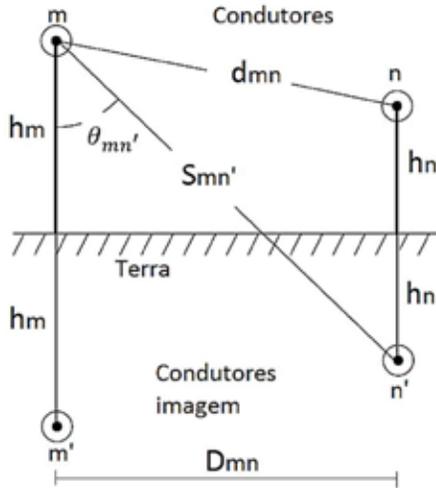


Figura 3.14 - Condutores e imagens

3.7.2.1 Cálculo da impedância externa

A impedância externa é devido ao campo magnético presente no ar que envolve os condutores, conforme a figura 3.15:



Figura 3.15 - Campo magnético que envolve os condutores

Portanto, a partir da equação (3.39) e da figura 3.8, a impedância externa própria do condutor m, considerando a resistividade do solo (ρ) igual a zero, temos:

$$Z_{extm} = R_{extmm} + jX_{extmm} = Z_{mm} = R_m + j4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{2h_m}{RMG_m} \right) \quad \Omega/km \quad (3.62)$$

Se m for um condutor múltiplo,  $RMG_m$  é substituído por  $D_s$ .

E a impedância externa mútua é dada por:

$$Z_{extmn} = R_{extmn} + jX_{extmm} = Z_{mn} = j4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right) \quad \Omega/km \quad (3.63)$$

Nas equações das impedâncias externas, os termos das reatâncias internas já estão incluídos.

### 3.7.2.2 Cálculo da impedância de solo (correções de Carson)

A correção da impedância externa devido ao efeito do solo é expressa por:

$$Z_{solo} = \Delta R' + j\Delta X' \quad (3.64)$$

Os termos de correção de Carson  $\Delta R'$  e  $\Delta X'$  são funções do ângulo  $\theta_{mn'}$  e do parâmetro  $k_i$  calculado pela equação (3.65).

$$k_i = 4\sqrt{5}\pi D 10^{-4} \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (3.65)$$

Onde, de acordo com a figura (3.8):

$D$  vale  $2h_i$  em (m) para impedâncias próprias e  $S_{mn'}$  para impedâncias mútuas;

$f$  é a frequência em Hz;

$\rho$  é a resistividade do solo em  $\Omega - m$ .

Os termos de correção de Carson, para as impedâncias próprias e mútuas, são dados como uma integral infinita para  $\Delta R'$  e  $\Delta X'$ , que ele desenvolveu em uma soma de quatro séries infinitas para  $k_i \leq 5$ . Para  $k_i \rightarrow \infty$  (isso acontece para frequências muito altas ou resistividades de terra muito baixas),  $\Delta R'$  e  $\Delta X'$  são nulos.

Para  $k_i \leq 5$ , as séries colocadas em uma maneira de facilitar a programação computacional são dadas por:

$$\Delta R' = 8\pi f 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 k_i \cos \theta_{mn'} + b_2 [(c_2 - \ln k_i) k_i^2 \cos 2\theta_{mn'} + \theta_{mn'} k_i^2 \sin 2\theta_{mn'}] + b_3 k_i^3 \cos 3\theta_{mn'} - d_4 k_i^4 \cos 4\theta_{mn'} - b_5 k_i^5 \cos 5\theta_{mn'} + b_6 [(c_6 - \ln k_i) k_i^6 \cos 6\theta_{mn'} + \theta_{mn'} k_i^6 \sin 6\theta_{mn'} + b_7 k_i^7 \cos 7\theta_{mn'} - b_8 k_i^8 \cos 8\theta_{mn'} - \dots] \right\} \quad \Omega/km \quad (3.66)$$

$$\Delta X' = 8\pi f 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln k_i) + b_1 k_i \cos \theta_{mn'} - d_2 k_i^2 \cos 2\theta_{mn'} + b_3 k_i^3 \cos 3\theta_{mn'} - b_4 [(c_4 - \ln k_i) k_i^4 \cos 4\theta_{mn'} + \theta_{mn'} k_i^4 \sin 4\theta_{mn'}] + b_5 k_i^5 \cos 5\theta_{mn'} - d_6 k_i^6 \cos 6\theta_{mn'} + b_7 k_i^7 \cos 7\theta_{mn'} - b_8 [(c_8 - \ln k_i) k_i^8 \cos 8\theta_{mn'} + \theta_{mn'} k_i^8 \sin 8\theta_{mn'}] - \dots \right\} \quad \Omega/km \quad (3.67)$$

Nas equações (3.66) e (3.67), cada quatro termos sucessivos formam um padrão de repetição. Os coeficientes  $b_i$ ,  $c_i$  e  $d_i$  são constantes e podem ser calculados pelas seguintes equação recursivas.

$$b_i = b_{i-2} \frac{\text{senal}}{i(i+2)} \quad (3.68)$$

Esses termos começam com  $b_1 = \sqrt{2}/6$  para subscritos ímpares e  $b_2 = 1/16$  para subscritos pares.

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2} \quad (3.69)$$

Esses termos começam com  $c_2 = 1.3659315$

$$d_i = \frac{\pi}{4} b_i \quad (3.70)$$

O *senal* muda depois de quatro termos consecutivos. Ou seja, para  $i = 1, 2, 3, 4 \rightarrow \text{senal} = +1$ ; para  $i = 5, 6, 7, 8 \rightarrow \text{senal} = -1$ ; e assim sucessivamente.

Para  $k_i > 5$ , as seguintes séries finitas são usadas:

$$\Delta R' = \frac{8\pi f 10^{-4}}{\sqrt{2}} \left( \frac{\cos \theta_{mn'}}{k_i} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\theta_{mn'}}{k_i^2} + \frac{\cos 3\theta_{mn'}}{k_i^3} + \frac{5 \cos 5\theta_{mn'}}{k_i^5} - \frac{45 \cos 7\theta_{mn'}}{k_i^7} \right) \quad (3.71)$$

$$\Delta X' = \frac{8\pi}{\sqrt{2}} \left( \frac{\cos \theta_{mn'}}{k_i} - \frac{\cos 3\theta_{mn'}}{k_i^3} + \frac{3 \cos 5\theta_{mn'}}{k_i^5} - \frac{45 \cos 7\theta_{mn'}}{k_i^7} \right) \quad (3.72)$$

Com as seguintes fórmulas recursivas:

$$k_i^{(p)} \cos(p\theta_{mn'}) = k_i \left[ k_i^{(p-1)} \cos(p-1)\theta_{mn'} \cdot \cos \theta_{mn'} - k_i^{(p-1)} \sin(p-1)\theta_{mn'} \cdot \sin \theta_{mn'} \right] \quad (3.73)$$

$$k_i^{(p)} \sin(p\theta_{mn'}) = k_i \left[ k_i^{(p-1)} \cos(p-1)\theta_{mn'} \cdot \sin \theta_{mn'} + k_i^{(p-1)} \sin(p-1)\theta_{mn'} \cdot \cos \theta_{mn'} \right] \quad (3.74)$$

Considerando uma LT, a forma matricial, as equações do método completo de Carson são:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \ddots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \cdots & Z_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

Onde:

Para  $m = n$ ,

$$Z_{mm} = R_{mm} + jX_{mm} = (R_{int} + \Delta R') + j(4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{2h_m}{RMG_m} \right) + \Delta X') \quad \Omega/km \quad (3.76)$$

Para o caso de LT com condutores múltiplos, o  $RMG_m$  é substituído por  $D_s$  dado pelas equações (3.41), (3.42) e (3.43).

Para  $m \neq n$ ,

$$Z_{mn} = R_{mn} + jX_{mn} = \Delta R' + j(4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right) + \Delta X') \quad \Omega/km \quad (3.77)$$

Onde:

$f$  é a frequência em Hz;

$RMG_m$  é o raio médio geométrico do condutor  $m$ ;

$h_m$  é a altura do condutor  $m$  até o solo;

$d_{mn}$  é a distância entre os condutores  $m$  e  $n$ ;

$S_{mn'}$  é a distância entre o condutor  $m$  e a imagem do condutor  $n$ .

$R_{mm}$ ,  $R_{mn}$  são as resistências CA em  $\Omega/km$ .

$X_{mm}$ ,  $X_{mn}$  são as reatâncias CA em  $\Omega/km$ .

No caso  $m = n$ :

$$k_i = 4\sqrt{5}\pi 2h_i 10^{-4} \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (3.78)$$

$$\theta_{mn'} = 0 \quad (3.79)$$

No caso  $m \neq n$ :

$$k_i = 4\sqrt{5}\pi S_{mn'} 10^{-4} \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (3.80)$$

$$\theta_{mn'} = \arcsen \frac{D_{mn}}{S_{mn'}} \quad (3.81)$$

$$S_{mn'} = \sqrt{4h_m h_n + d_{mn}^2} \quad (3.82)$$

Onde:

$f$  é a frequência em Hz;

$\rho$  é a resistividade da terra em  $\Omega - m$ ;

$D_{mn}$  é a distância entre os condutores  $m$  e  $n$  em metros;

$d_{mn}$  é a distância entre os condutores  $m$  e  $n$ ;

$S_{mn'}$  é a distância entre o condutor  $m$  e a imagem do condutor  $n$ .

O valor da altura do condutor leva em consideração a flecha do condutor, como mostrado na figura 3.16, e é calculado pela equação (3.69).

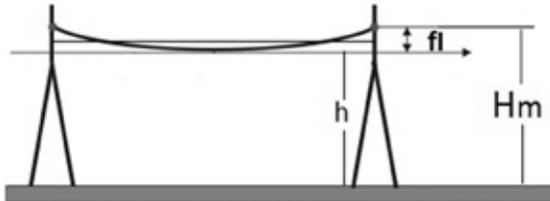


Figura 3.16 - Flecha dos condutores

$$h_m = H_m - 2fl/3 \quad (3.83)$$

### 3.7.3 Método de Carson aproximado

O método aproximado usa um condutor único de retorno, que possui um RMG unitário (1 ft, 1 cm, 1m), como mostrado na figura 3.17.

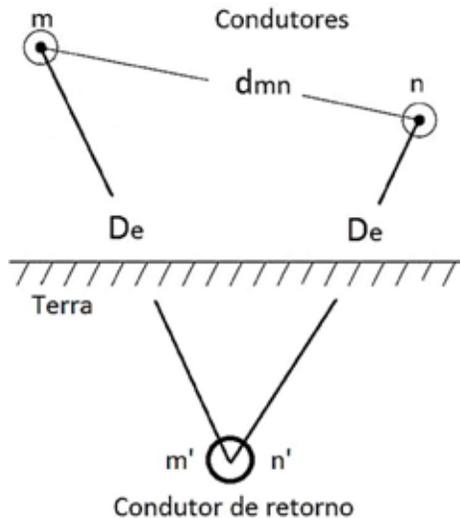


Figura 3.17 - Condutor único de retorno

O valor da distância do condutor unitário é calculado por:

$$D_e = 658.68 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad (m) \quad (3.84)$$

Na tabela 3.2 são mostrados os valores de  $D_e$  e  $\rho$ , para várias condições de tipos de terrenos.

**Tabela 3.2 -  $D_e$ , para várias resistividades em 60 Hz**

Condição do condutor de retorno	$\rho$ ( $\Omega - m$ )	$D_e$ (m)
Água do mar	0.01 – 1.0	8.5 – 85.0
Terreno pantanoso	10 – 100	268.8 – 850.0
Terra seca	1000	2688
Terreno com pedregulhos	$10^7$	268800
Terreno com arenito	$10^9$	2688000
Valor médio de medições em grande número	100	850

As seguintes aproximações são feitas para o método modificado de Carson: usa somente um termo em  $\Delta R'$  e dois termos em  $\Delta X'$ .

$$\Delta R' = 8\pi f 10^{-4} \frac{\pi}{8} = 0.0009869604401f \quad (3.85)$$

$$\Delta X' = -0.03860 + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2}{k_i}\right) \quad (3.86)$$

As equações, para o cálculo das impedâncias próprias e mútuas são dadas por:

$$Z_{mm} = R_{int} + 0.000988f + j0.00125664f \ln\left(\frac{D_e}{R_{MG_m}}\right) \quad \Omega/km \quad (3.87)$$

$$Z_{mn} = 0.000988f + j0.00125664f \ln\left(\frac{D_e}{d_{mn}}\right) \quad \Omega/km \quad (3.88)$$

As equações, para o cálculo das impedâncias próprias e mútuas, com a frequência de 60 Hz e  $\rho = 100 \Omega - m$ , são dadas por:

$$Z_{mm} = R_{int} + 0.05928 + j0.0753984 \ln\left(\frac{D_e}{R_{MG_m}}\right) \quad \Omega/km \quad (3.89)$$

$$Z_{mn} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{D_e}{d_{mn}} \right) \quad \Omega/km \quad (3.90)$$

Para condutores múltiplos, o  $RMG_m$ , também, deve ser substituído por  $D_s$ .

### 3.7.4 Operacionalização do método de Carson

Vamos considerar seis casos: LT sem cabos para-raios, LT com um cabo para-raios aterrado, LT com dois cabos para-raios aterrados, LT com dois circuitos em paralelo e dois cabos para-raios aterrados, LT com três circuitos trifásicos na mesma torre e LT com quatro circuitos trifásicos na mesma torre. No caso de LT de extra-alta-tensão, onde o para-raios é isolado por meio de isoladores de pequena tensão disruptiva e equipados com centelhadores, como mostrado na figura 3.18, não há malhas para circulação da corrente e a corrente no cabo para-raios é igual a zero. Com isso, no cálculo das impedâncias indutivas, esse tipo de para-raios constitui um circuito aberto e sua presença pode ser ignorada, recaindo no caso da LT sem cabos para-raios.

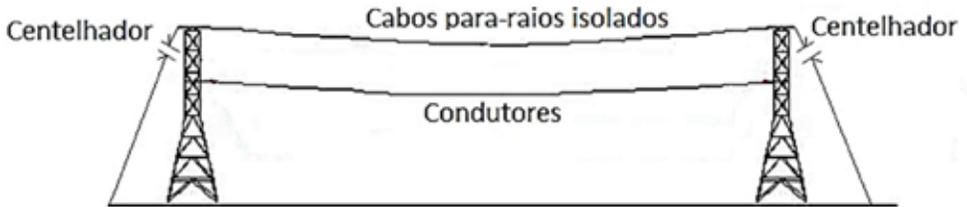


Figura 3.18 - Cabo para-raios isolado

#### 1º caso: linha sem cabos para-raios

A matriz de impedâncias de Carson tem a seguinte forma:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

Onde os elementos da matriz de impedâncias são calculados pelas expressões (3.60) e (3.61), se o método completo de Carson for usado, ou pelas expressões (3.75) e (3.76), se o método aproximado de Carson for usado.

**2º caso: linha com um cabo para-raios aterrado**

A figura 3.19 mostra uma LT com 1 cabo para-raios.

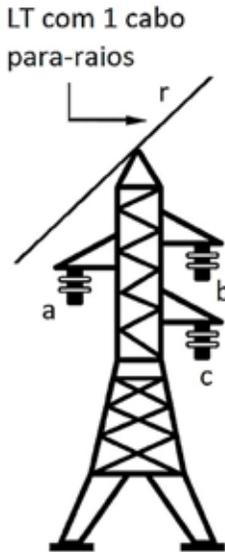


Figura 3.19 - LT com um cabo para-raios

A matriz de impedâncias de Carson tem a seguinte forma:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ar} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{br} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cr} \\ \hline \hline Z_{ra} & Z_{rb} & Z_{rc} & | & Z_{rr} \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

Para que a matriz tenha a dimensão 3 x 3, a matriz de impedâncias deve ser reduzida, usando a redução de Kron e

consequentemente a linha e a coluna referente ao cabo para-raios são eliminadas.

A redução de Kron de uma matriz é operacionalizada da seguinte maneira:

Seja uma matriz  $[Z]$  com quatro submatrizes:

$$[Z] = \begin{bmatrix} [Z_1] & [Z_2] \\ [Z_3] & [Z_4] \end{bmatrix} \quad (3.93)$$

A nova matriz  $[Z_1]$  é igual a:

$$[Z_{1n}] = [Z_1] - [Z_2][Z_4]^{-1}[Z_3] \quad (3.94)$$

Prova:

Seja o sistema de equações seguinte, onde os elementos são submatrizes:

$$\begin{bmatrix} [A_1] & [A_2] \\ [A_3] & [A_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [X_1] \\ [X_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [B_1] \\ [B_2] \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Desenvolvendo:

$$\begin{cases} [A_1][X_1] + [A_2][X_2] = [B_1] \\ [A_3][X_1] + [A_4][X_2] = [B_2] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} [A_1][X_1] + [A_2][X_2] = [B_1] \\ [A_4][X_2] = [B_2] - [A_3][X_1] \end{cases} \quad (3.96)$$

Multiplicando a segunda equação de (3.96) por  $[A_4]^{-1}$

$$[X_2] = [A_4]^{-1}[B_2] - [A_4]^{-1}[A_3][X_1] \quad (3.97)$$

Substituindo na primeira equação de (3.92), vem:

$$[A_1][X_1] + [A_2]([A_4]^{-1}[B_2] - [A_4]^{-1}[A_3][X_1]) = [B_1] \quad (3.98)$$

Colocando  $[X_1]$  em evidência, temos:

$$([A_1] - [A_2][A_4]^{-1}[A_3])[X_1] = [B_1] - [A_2][A_4]^{-1}[B_2] \quad (3.99)$$

Logo,

$$[A_{1novo}] = [A_1] - [A_2][A_4]^{-1}[A_3] \quad (3.100)$$

**3º caso: linha com dois cabos para-raios aterrados**

A figura 3.20 mostra a LT com dois cabos para-raios.

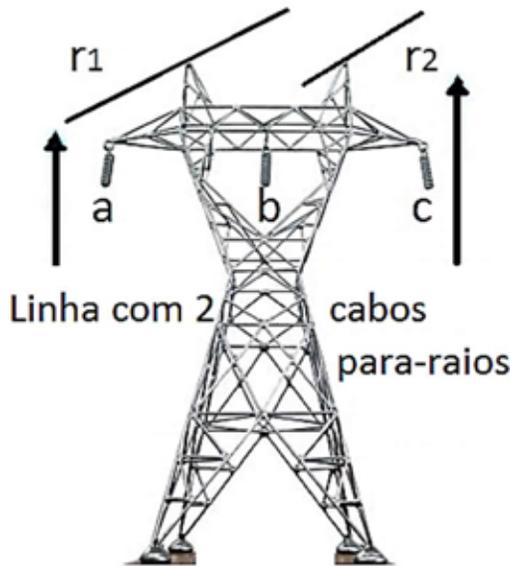


Figura 3.20 - LT com dois cabos para-raios

A matriz de impedâncias de Carson tem a seguinte forma:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ar1} & Z_{ar2} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{br1} & Z_{br2} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cr1} & Z_{cr2} \\ \hline Z_{r1a} & Z_{r1b} & Z_{r1c} & | & Z_{r1r1} & Z_{r1r2} \\ Z_{r2a} & Z_{r2b} & Z_{r2c} & | & Z_{r2r1} & Z_{r2r2} \end{bmatrix} \quad (3.101)$$

Para que a matriz de impedâncias com dois cabos para-raios tenha a dimensão 3 x 3, ela, também, deve ser reduzida, usando a redução de Kron.

#### 4º caso: LT com dois circuitos em paralelo e dois cabos para-raios aterrados

A fase A é constituída pelos condutores a e a' em paralelo, e as fases B e C são construídas de forma similar, como mostrado na figura 3.21.

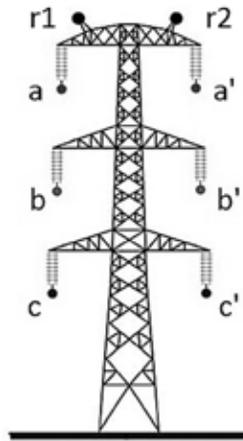


Figura 3.21 - LT com circuitos em paralelo e dois cabos para-raios

A matriz de impedâncias de Carson tem a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix}
 Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{aa'} & Z_{ab'} & Z_{ac'} & | & Z_{ar1} & Z_{ar2} \\
 Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{ba'} & Z_{bb'} & Z_{bc'} & | & Z_{br1} & Z_{br} \\
 Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{ca'} & Z_{cb'} & Z_{cc'} & | & Z_{cr} & Z_{cr2} \\
 Z_{a'a} & Z_{a'b} & Z_{a'c} & Z_{a'a'} & Z_{a'b'} & Z_{a'c'} & | & Z_{a'r1} & Z_{a'r2} \\
 Z_{b'a} & Z_{b'b} & Z_{b'c} & Z_{b'a'} & Z_{b'b'} & Z_{b'c'} & | & Z_{b'r1} & Z_{b'r2} \\
 Z_{c'a} & Z_{c'b} & Z_{c'c} & Z_{c'a'} & Z_{c'b'} & Z_{c'c'} & | & Z_{c'r1} & Z_{c'r2} \\
 - & - & - & - & - & - & | & - & - \\
 Z_{r1a} & Z_{r1b} & Z_{r1c} & Z_{r1a'} & Z_{r1b'} & Z_{r1c'} & | & Z_{r1r1} & Z_{r1r2} \\
 Z_{r2a} & Z_{r2b} & Z_{r2c} & Z_{r2a'} & Z_{r2b'} & Z_{r2c'} & | & Z_{r2r1} & Z_{r2r2}
 \end{bmatrix}
 \quad (3.102)$$

Para que a matriz de impedâncias com dois cabos para-rios tenha a dimensão  $6 \times 6$ , ela, também, deve ser reduzida, usando a redução de Kron.

Quando os condutores de uma LT trifásica não estão espaçados de maneira equilátera, as impedâncias de cada fase não são iguais e a LT fica desbalanceada. O equilíbrio pode ser novamente estabelecido, se a posição dos condutores for trocada ao longo da LT, usando estruturas especiais, de forma que cada condutor ocupe a posição dos outros dois em distâncias iguais. Essa mudança de posição dos condutores é conhecida como transposição. Nas figuras 3.22 e 3.23 é mostrado um ciclo completo de transposição para uma LT simples com comprimento  $l$ .

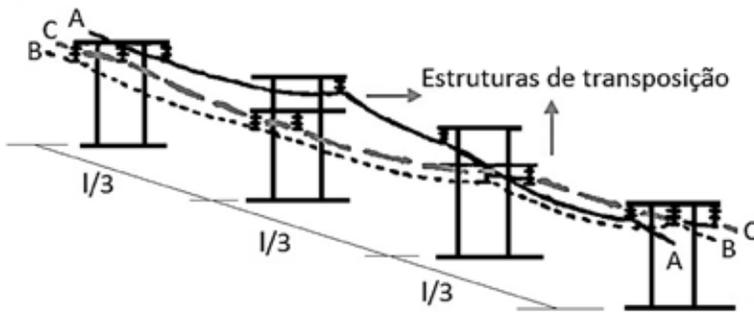


Figura 3.22 - Transposição de condutores

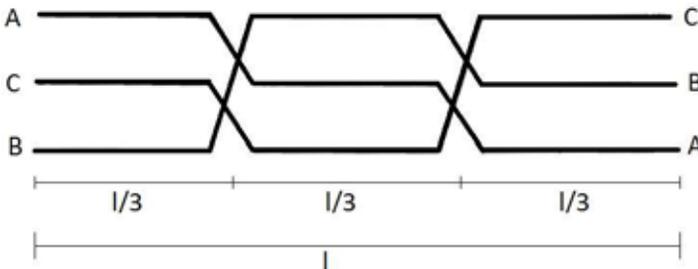


Figura 3.23 - Ciclo completo de transposição

Cada condutor A, B e C ocupa uma posição que corresponde ao comprimento da LT dividido por três.

Se a linha for completamente transposta, as impedâncias da diagonal e fora da diagonal são calculadas como um valor médio.

Seja a matriz de impedâncias  $3 \times 3$ , depois da redução de Kron:

$$[Z_{ABC}] = \begin{bmatrix} Z_{AA} & Z_{AB} & Z_{AC} \\ Z_{BA} & Z_{BB} & Z_{BC} \\ Z_{CA} & Z_{CB} & Z_{CC} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

As novas impedâncias da diagonal e fora da diagonal depois da transposição são, respectivamente:

$$Z_D = \frac{Z_{AA} + Z_{BB} + Z_{CC}}{3} \quad (3.104)$$

$$Z_M = \frac{Z_{AB} + Z_{BC} + Z_{CA}}{3} \quad (3.105)$$

A nova matriz de impedâncias, com os condutores transpostos, é igual a:

$$[Z_{ABCT}] = \begin{bmatrix} Z_D & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_D & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_D \end{bmatrix} \quad (3.106)$$

Para o caso da LT com circuito duplo, os condutores das fases A, B e C ocupariam as posições espaciais mostradas na tabela 3.3 nos três trechos de transposição.

**Tabela 3.3 - Posições de condutores transpostos em circuito duplo**

Trecho	a	b	c	a'	b'	c'	r1	r2
1º	1	2	3	4	5	6	7	8
2º	2	3	1	6	4	5	7	8
3º	3	1	2	5	6	4	7	8

O esquema de transposição da tabela 3.3, mostrado na figura 3.24, é chamado de rotação de fases em direção oposta.

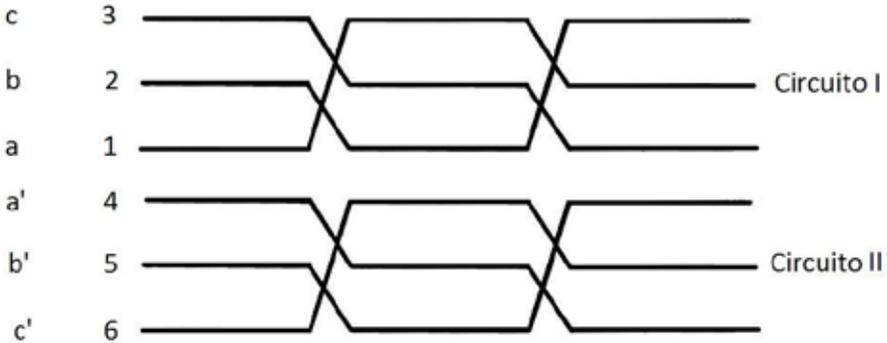


Figura 3.24 - Esquema de transposição de LT com circuito duplo

Um esquema de transposição que permite um desacoplamento perfeito entre as sequências, exceto para a sequência zero, é mostrado na figura 3.25.

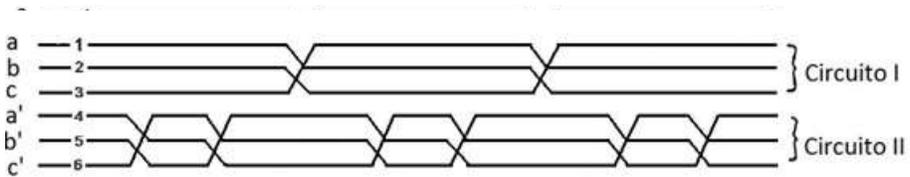


Figura 3.25 - Esquema de transposição com nove seções

Esse esquema de transposição de nove seções permite o melhor desacoplamento entre as sequências. Com oito torres de transposição, é mais caro do que o esquema anterior, que usa duas torres.

Inicialmente, as impedâncias das nove seções devem ser calculadas. Assim, a matriz reduzida é dada por:

$$[Z'_{ABC}] = \frac{1}{\alpha} \{ [Z'_{seção01}] + [Z'_{seção02}] + \dots + [Z'_{seção09}] \} =$$

$$Z_{D1} = Z'_{11} + Z'_{22} + Z'_{33} \quad (3.108)$$

$$Z_{M1} = Z'_{12} + Z'_{23} + Z'_{31} \quad (3.109)$$

$$Z_{D2} = Z'_{44} + Z'_{55} + Z'_{66} \quad (3.110)$$

$$Z_{M2} = Z'_{45} + Z'_{56} + Z'_{64} \quad (3.111)$$

$$Z_E = Z'_{14} + Z'_{15} + Z'_{16} + Z'_{24} + Z'_{25} + Z'_{26} + Z'_{34} + Z'_{35} + Z'_{36} \quad (3.112)$$

E lembrando que a matriz é simétrica, ou seja,  $Z_{ik} = Z_{ki}$ .

Três ou mais circuitos trifásicos na mesma torre ou correndo em paralelo em estreita proximidade em um corredor são por vezes utilizados em redes de energia elétrica. Similar às linhas de circuito duplo, existe um acoplamento indutivo e capacitivo mútuos entre todos os condutores formando um sistema complexo de múltiplos condutores.

Os dois casos seguintes ilustram os casos de três e quatro circuitos trifásicos.

### **5º caso: LT com três circuitos em paralelo e dois cabos para-raios aterrados**

A fase A é constituída por três condutores em paralelo, e as fases B e C são construídas de forma similar, como mostrado na figura 3.26.

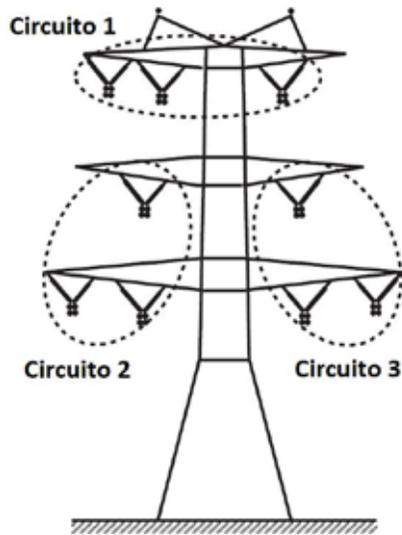


Figura 3.26 - LT com três circuitos em paralelo e dois cabos para-raios

### 6º caso: LT com quatro circuitos em paralelo e dois cabos para-raios aterrados

A fase A é constituída por quatro condutores em paralelo, e as fases B e C são construídas de forma similar, como mostrado na figura 3.27.

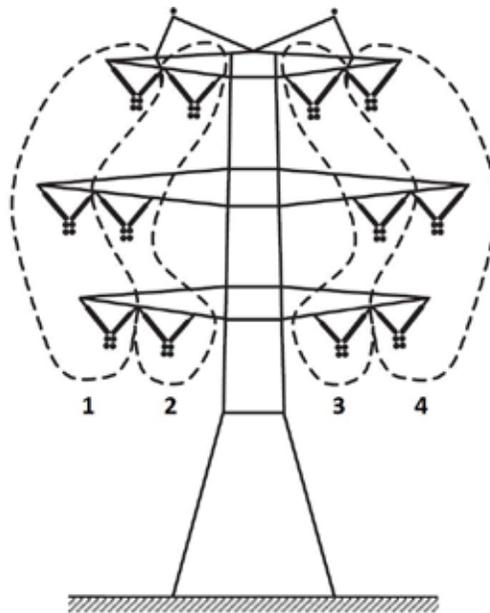


Figura 3.27 - LT com quatro circuitos em paralelo e dois cabos para-raios

Considere uma linha com três circuitos 1, 2 e 3 acoplados mutuamente na mesma torre, conforme ilustrado na figura 3.22. A matriz de impedâncias de fase série  $9 \times 9$ , transposta e equilibrada retém mútuas entre os circuitos de sequência positiva, negativa e zero. Cada circuito está perfeitamente transposto e a impedância mútua entre dois circuitos resulta em impedâncias iguais entre si. No entanto, as impedâncias de acoplamento mútuo entre os circuitos 1 e 2, os circuitos 1 e 3 e os circuitos 2 e 3 são consideradas desiguais para manter a generalidade. Pode ser mostrado que a matriz de impedância de fase balanceada resultante é dada por:

$$\begin{aligned}
 & [Z_{ABCT}] \\
 & = \begin{bmatrix} Z_{D1} & Z_{M1} & Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M12} & Z_{M12} & Z_{D13} & Z_{M13} & Z_{M1} \\ Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M1} & Z_{M12} & Z_{D12} & Z_{M12} & Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M1} \\ Z_{M1} & Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M12} & Z_{M12} & Z_{D12} & Z_{M1} & Z_{M13} & Z_{D13} \\ Z_{D1} & Z_{M12} & Z_{M12} & Z_{D2} & Z_{M2} & Z_{M2} & Z_{D23} & Z_{M2} & Z_{M23} \\ Z_{M1} & Z_{D12} & Z_{M12} & Z_{M2} & Z_{D2} & Z_{M2} & Z_{M23} & Z_{D23} & Z_{M23} \\ Z_{M12} & Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M2} & Z_{M2} & Z_{D2} & Z_{M23} & Z_{M2} & Z_{D23} \\ Z_{D13} & Z_{M13} & Z_{M13} & Z_{D23} & Z_{M2} & Z_{M23} & Z_{D3} & Z_{M3} & Z_{M3} \\ Z_{M13} & Z_{D13} & Z_{M13} & Z_{M23} & Z_{D23} & Z_{M23} & Z_{M3} & Z_{D3} & Z_{M3} \\ Z_{M13} & Z_{M13} & Z_{D1} & Z_{M2} & Z_{M23} & Z_{D23} & Z_{M3} & Z_{M3} & Z_{D3} \end{bmatrix} \\
 & \hspace{20em} (3.113)
 \end{aligned}$$

Para a transposição ideal, as matrizes de impedância entre circuitos têm todos os nove elementos iguais, retendo assim apenas o acoplamento mútuo entre circuitos de seqüências. A suposição na transposição ideal resulta em  $ZD_{12} = ZM_{12}$  para os circuitos 1 e 2,  $ZD_{13} = ZM_{13}$  para os circuitos 1 e 3 e  $ZD_{23} = ZM_{23}$  para os circuitos 2 e 3. A matriz de impedância de seqüência correspondente pode ser calculada usando:

$$\begin{aligned}
 [Z_{012}] &= \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] & [0] \\ [0] & [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix} [Z_{ABCT}] \begin{bmatrix} [A] & [0] & [0] \\ [0] & [A] & [0] \\ [0] & [0] & [A] \end{bmatrix} = \\
 &\begin{bmatrix} Z_{1-0} & 0 & 0 & Z_{12-0} & 0 & 0 & Z_{13-0} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{1-1} & 0 & 0 & Z_{12-1} & 0 & 0 & Z_{13-1} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{1-2} & 0 & 0 & Z_{12-2} & 0 & 0 & Z_{13-2} \\ Z_{12-0} & 0 & 0 & Z_{2-0} & 0 & 0 & Z_{23-0} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{12-1} & 0 & 0 & Z_{2-1} & 0 & 0 & Z_{23-1} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{12-2} & 0 & 0 & Z_{2-2} & 0 & 0 & Z_{23-2} \\ Z_{13-0} & 0 & 0 & Z_{23-0} & 0 & 0 & Z_{3-0} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{13-1} & 0 & 0 & Z_{23-1} & 0 & 0 & Z_{3-1} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{13-2} & 0 & 0 & Z_{23-2} & 0 & 0 & Z_{3-2} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{3.114}$$

Onde:

$$Z_{i-1} = Z_{i-2} = Z_{Di} - Z_{Mi} \text{ para } i = 1,3 \tag{3.115}$$

$$Z_{i-0} = Z_{Di} + 2Z_{Mi} \text{ para } i = 1,3 \tag{3.116}$$

$$Z_{12-1} = Z_{12-2} = Z_{D1} - Z_{M12} \tag{3.117}$$

$$Z_{13-1} = Z_{13-2} = Z_{D13} - Z_{M1} \tag{3.118}$$

$$Z_{23-1} = Z_{23-2} = Z_{D23} - Z_{M23} \tag{3.119}$$

$$Z_{12-0} = Z_{D12} + 2Z_{M12} \tag{3.120}$$

$$Z_{13-0} = Z_{D13} + 2Z_{M13} \tag{3.121}$$

$$Z_{23-0} = Z_{D23} + 2Z_{M23} \tag{3.122}$$

Resumidamente é apresentado a matriz de impedâncias para um caso incomum de quatro circuitos idênticos ou dois circuitos duplos correndo em estreita proximidade entre si. Ao derivar tal matriz, assume-se que cada circuito é perfeitamente transposto e, portanto, representado por uma impedância própria e uma impedância mútua. As matrizes de impedâncias mútuas entre os circuitos, quaisquer dois circuitos, também são consideradas equilibradas, refletindo uma suposição de transposição semelhante ao das linhas de circuito duplo. Além disso, o acoplamento mútuo entre as matrizes de dois pares de circuitos é considerado desigual para manter a generalidade. Pode ser mostrado que a matriz de impedância de fase balanceada é dada por:

$$\begin{aligned}
 & [Z_{ABCT}] \\
 & = \begin{bmatrix}
 D_1 & M_1 & M_1 & D_{12} & M_{12} & M_{12} & D_{13} & M_{13} & M_{13} & D_{14} & M_{14} & M_{14} \\
 M_1 & D_1 & M_1 & M_{12} & D_{12} & M_{12} & M_{13} & D_{13} & M_{13} & M_{14} & D_{14} & M_{14} \\
 M_1 & M_1 & D_1 & M_{12} & M_{12} & D_{12} & M_{13} & M_{13} & D_{13} & M_{14} & M_{14} & D_{14} \\
 D_{12} & M_{12} & M_{12} & D_2 & M_2 & M_2 & D_{23} & M_{23} & M_{23} & D_{24} & M_{24} & M_{24} \\
 M_{12} & D_{12} & M_{12} & M_2 & D_2 & M_2 & M_{23} & D_{23} & M_{23} & M_{24} & D_{24} & M_{24} \\
 M_{12} & M_{12} & D_{12} & M_2 & M_2 & D_2 & M_{23} & M_{23} & D_{23} & M_{24} & M_{24} & D_{24} \\
 D_{13} & M_{13} & M_{13} & D_{23} & M_{23} & M_{23} & D_3 & M_3 & M_3 & D_{34} & M_{34} & M_{34} \\
 M_{13} & D_{13} & M_{13} & M_{23} & D_{23} & M_{23} & M_3 & D_3 & M_3 & M_{34} & D_{34} & M_{34} \\
 M_{13} & M_{13} & D_{13} & M_{23} & M_{23} & D_{23} & M_3 & M_3 & D_3 & M_{34} & M_{34} & D_{34} \\
 D_{14} & M_{14} & M_{14} & D_{24} & M_{24} & M_{24} & D_{34} & M_{34} & M_{34} & D_4 & M_4 & M_4 \\
 M_{14} & D_{14} & M_{14} & M_{24} & D_{24} & M_{24} & M_{34} & D_{34} & M_{34} & M_4 & D_4 & M_4 \\
 M_{14} & M_{14} & D_{14} & M_{24} & M_{24} & D_{24} & M_{34} & M_{34} & D_{34} & M_4 & M_4 & D_4
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{3.123}$$

A matriz de impedância de sequência pode ser calculada por:

$$\begin{aligned}
 & [Z_{012}] \\
 & = \begin{bmatrix}
 [A]^{-1} & [0] & [0] & [0] \\
 [0] & [A]^{-1} & [0] & [0] \\
 [0] & [0] & [A]^{-1} & [0] \\
 [0] & [0] & [0] & [A]^{-1}
 \end{bmatrix} [Z_{ABCT}] \begin{bmatrix}
 [A] & [0] & [0] & [0] \\
 [0] & [A] & [0] & [0] \\
 [0] & [0] & [A] & [0] \\
 [0] & [0] & [0] & [A]
 \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{3.124}$$

O resultado da multiplicação é dado por:

$$\begin{aligned}
 & [Z_{012}] \\
 = & \begin{bmatrix}
 Z_{1-0} & 0 & 0 & Z_{12-0} & 0 & 0 & Z_{13-0} & 0 & 0 & Z_{14-0} & 0 & 0 \\
 0 & Z_{1-1} & 0 & 0 & Z_{12-} & 0 & 0 & Z_{13-1} & 0 & 0 & Z_{14-1} & 0 \\
 0 & 0 & Z_{1-2} & 0 & 0 & Z_{12-2} & 0 & 0 & Z_{13-2} & 0 & 0 & Z_{14-2} \\
 Z_{12-0} & 0 & 0 & Z_{2-0} & 0 & 0 & Z_{23-0} & 0 & 0 & Z_{24-0} & 0 & 0 \\
 0 & Z_{12-1} & 0 & 0 & Z_{2-1} & 0 & 0 & Z_{23-1} & 0 & 0 & Z_{24-1} & 0 \\
 0 & 0 & Z_{12-2} & 0 & 0 & Z_{2-2} & 0 & 0 & Z_{23-2} & 0 & 0 & Z_{24-2} \\
 Z_{13-0} & 0 & 0 & Z_{23-0} & 0 & 0 & Z_{3-0} & 0 & 0 & Z_{34-0} & 0 & 0 \\
 0 & Z_{13-1} & 0 & 0 & Z_{23-1} & 0 & 0 & Z_{3-1} & 0 & 0 & Z_{34-1} & 0 \\
 0 & 0 & Z_{13-2} & 0 & 0 & Z_{23-2} & 0 & 0 & Z_{3-2} & 0 & 0 & Z_{34-2} \\
 Z_{14-0} & 0 & 0 & Z_{24-0} & 0 & 0 & Z_{34-0} & 0 & 0 & Z_{4-0} & 0 & 0 \\
 0 & Z_{14-1} & 0 & 0 & Z_{24-1} & 0 & 0 & Z_{34-1} & 0 & 0 & Z_{4-1} & 0 \\
 0 & 0 & Z_{14-2} & 0 & 0 & Z_{24-2} & 0 & 0 & Z_{34-2} & 0 & 0 & Z_{4-2}
 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.125}$$

Onde:

$$Z_{i-1} = Z_{i-2} = Z_{Di} - Z_{Mi} \text{ para } i = 1,4 \tag{3.126}$$

$$Z_{i-0} = Z_{Di} + 2Z_{Mi} \text{ para } i = 1,4 \tag{3.127}$$

$$Z_{12-1} = Z_{12-2} = Z_{D12} - Z_{M1} \tag{3.128}$$

$$Z_{13-1} = Z_{13-2} = Z_{D13} - Z_{M13} \tag{3.129}$$

$$Z_{14-1} = Z_{14-2} = Z_{D14} - Z_{M14} \tag{3.130}$$

$$Z_{23-1} = Z_{23-2} = Z_{D23} - Z_{M23} \tag{3.131}$$

$$Z_{24-1} = Z_{24-2} = Z_{D2} - Z_{M2} \tag{3.132}$$

$$Z_{34-} = Z_{34-2} = Z_{D34} - Z_{M34} \tag{3.133}$$

$$Z_{12-0} = Z_{D12} + 2Z_{M12} \tag{3.134}$$

$$Z_{13-0} = Z_{D13} + 2Z_{M13} \tag{3.135}$$

$$Z_{14-0} = Z_{D1} + 2Z_{M14} \tag{3.136}$$

$$Z_{23-0} = Z_{D23} + 2Z_{M23} \tag{3.137}$$

$$Z_{24-0} = Z_{D2} + 2Z_{M24} \tag{3.138}$$

$$Z_{34-0} = Z_{D34} + 2Z_{M3} \quad (3.139)$$

### 3.8 Impedâncias de Sequências

Para calcular as impedâncias de seqüências positiva, negativa e zero, são usadas as tradicionais matrizes de transformação das componentes simétricas.

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.140)$$

$$[A]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (3.141)$$

Onde:  $a = 1 \angle 120^\circ$  (3.142)

Para uma LT simples e transposta, a matriz de impedâncias em componentes simétricas é calculada como:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_D & Z_M & Z_M \\ Z_M & Z_D & Z_M \\ Z_M & Z_M & Z_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_D + 2Z_M & 0 & 0 \\ 0 & Z_D - Z_M & 0 \\ 0 & 0 & Z_D - Z_M \end{bmatrix} \quad (3.144)$$

Para o caso da LT com circuito duplo, a matriz da equação (3.102) é reduzida para uma matriz 6 x 6.

$$[Z_{ABC}] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \quad (3.145)$$

As novas impedâncias depois da transposição são, respectivamente:

$$[Z_{ABCT}] = \left[ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{ccc} Z_{D1} & Z_{M1} & Z_{M1} \\ Z_{M1} & Z_{D1} & Z_{M1} \\ Z_{M1} & Z_{M1} & Z_{D1} \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} Z_{D12} & Z_{M1} & Z_{M12} \\ Z_{M12} & Z_{D12} & Z_{M12} \\ Z_{M12} & Z_{M12} & Z_{D12} \end{array} \right] \\ \left[ \begin{array}{ccc} Z_{D2} & Z_{M2} & Z_{M2} \\ Z_{M2} & Z_{D2} & Z_{M2} \\ Z_{M2} & Z_{M2} & Z_{D2} \end{array} \right] \end{array} \right] \quad (3.146)$$

Onde:

$$Z_{D1} = \frac{Z_{11}+Z_{22}+Z_{33}}{3} \quad (3.147)$$

$$Z_{D2} = \frac{Z_{44}+Z_{55}+Z_{66}}{3} \quad (3.148)$$

$$Z_{M1} = \frac{Z_{12}+Z_{13}+Z_{23}}{3} \quad (3.149)$$

$$Z_{M2} = \frac{Z_{45}+Z_{46}+Z_{56}}{3} \quad (3.150)$$

$$Z_{D12} = \frac{Z_{14}+Z_{25}+Z_{36}}{3} \quad (3.151)$$

$$Z_{M12} = \frac{Z_{15}+Z_{16}+Z_{26}}{3} \quad (3.152)$$

A obtenção da matriz de impedâncias de seqüências é feita através da equação (3.153).

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Z_{11}] & [Z_{12}] \\ [Z_{21}] & [Z_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [0] & [A] \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

Onde  $[Z_{11}]$ ,  $[Z_{12}]$ ,  $[Z_{21}]$  e  $[Z_{22}]$  são as submatrizes da equação (3.145).

### Exemplo 3.3

Uma LT trifásica de 60 Hz, da classe 69 kV, usa estruturas de madeira, como mostrado na figura 3.28, onde estão indicadas as distâncias entre os condutores e as alturas correspondentes. Os cabos condutores simples são do tipo 477 CAA – 26/7 MCM e o cabo para-raios é de aço galvanizado com 7 fios e diâmetro nominal 3/8". A flecha do condutor é de 2.0 m e a flecha do cabo para-raios é de 1.5 m. A resistividade de solo é de  $\rho = 100 \Omega - m$  e a temperatura é de 75 °C.

- A) Calcule, para solo ideal  $\rho = 0 \Omega - m$ , e considerando a LT sem cabo para-raios:
- 1) A matriz de impedâncias.
  - 2) As impedâncias de sequência positiva, negativa e nula.
- B) Calcule, para solo ideal  $\rho = 0 \Omega - m$ , e considerando a LT com cabo para-raios:
- 1) A matriz de impedâncias antes da redução de kron.
  - 2) A matriz de impedância depois da redução de Kron.
  - 3) As impedâncias de sequência positiva, negativa e nula.

Repita o procedimento dos itens A e B, considerando solo real  $\rho = 100 \Omega - m$ .

Use o método completo de Carson e a rotina LCC do ATPdraw.

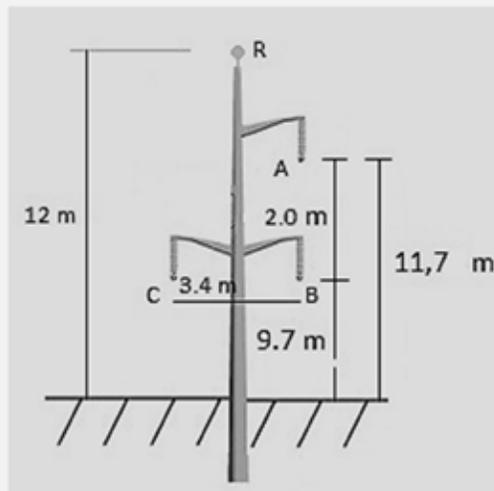


Figura 3.28 – Torre de 69 kV

**Solução:**

Considerando o solo ideal  $\rho = 0 \Omega - m$ , e a LT sem cabo para-raios. Usando as equações (3.62) e (3.63), temos:

Impedâncias próprias:

$$Z_{mm} = R_m + j4\pi 10^{-4} fln \left( \frac{2h_m}{RMG_m} \right) \quad \Omega/km$$

Logo:

$$Z_{11} = R_{1cor} + j4\pi 10^{-4} 60ln \left( \frac{2xh_1}{RMG_1} \right) = 0.1459 +$$

$$j240\pi 10^{-4} ln \left( \frac{2x10.36666667}{0.00883} \right) = 0.1459 + j0.585191473791685 \quad \Omega/km$$

$$Z_{22} = Z_{33} = R_{1cor} + j4\pi 10^{-4} 60ln \left( \frac{2xh_2}{RMG_2} \right) = 0.1459 +$$

$$j240\pi 10^{-4} ln \left( \frac{2x8.36666667}{0.00883} \right) = 0.1459 + j0.569030620564765 \quad \Omega/km$$

Onde:

$RMG_1 = 0.00883$  (m), obtido da tabela de condutores.

$R_1$  é obtida da tabela de condutores para cabo 477 (26/7), com temperatura de 25 °C e frequência de 60 Hz, vale 0.1218  $\Omega/km$ . Usando a equação (3.2).

$$R_{1cor} = R_1 \frac{|T| + t_2}{|T| + t_1} = 0.1218 \frac{(228 + 75)}{(228 + 25)} = 0.1459 \quad \Omega/km$$

$|T| = 228$  alumínio, têmpera dura

Da equação (3.83),

$$h_A = H_A - \frac{2fl}{3} = 11.70 - \frac{2x2.0}{3} = 10.36666667 \quad m$$

$$h_B = h_C = H_B - \frac{2fl}{3} = 9.70 - \frac{2x2.0}{3} = 8.36666667 \quad m$$

Impedâncias mútuas:

$$Z_{mn} = j4\pi 10^{-4} fln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right)$$

Da figura 3.20:

$$d_{AB} = 10.36666667 - 8.36666667 = 2.0 \quad m$$

$$d_{BC} = 3.4 \quad m$$

$$d_{AC} = \sqrt{2^2 + 3.4^2} = 3.944616584663204 \quad m$$

Usando a equação (3.82):

$$\begin{aligned} S_{AC'} &= \sqrt{4h_A h_C + d_{AC}^2} \\ &= \sqrt{4x10.36666667x8.36666667 + 3.944616584663204^2} \\ &= 19.039374412715237 \quad m \end{aligned}$$

$$S_{BC'} = \sqrt{4x8.36666667x8.36666667 + 3.40^2} = 17.075258260640030 \quad m$$

$$S_{AB'} = \sqrt{4x10.36666667x8.36666667 + 2.0^2} = 18.733333340000001 \quad m$$

Portanto:

$$\begin{aligned} Z_{13} &= j4\pi 10^{-4} \times 60 \ln \left( \frac{19.039374412715237}{3.944616584663204} \right) \\ &= j0.118688672740578 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{12} &= j4\pi 10^{-4} \times 60 \ln \left( \frac{18.733333340000001}{2.0} \right) \\ &= j0.168677685623807 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{23} &= j4\pi 10^{-4} \times 60 \ln \left( \frac{17.075258260640030}{3.4} \right) \\ &= j0.121681807735945 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

Matriz de impedâncias:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.1459 + j0.585191473791685 & j0.168677685623807 & j0.118688672740578 \\ j0.168677685623807 & 0.1459 + j0.569030620564765 & j0.121681807735945 \\ j0.118688672740578 & j0.121681807735945 & 0.1459 + j0.569030620564765 \end{bmatrix}$$

Matriz de impedâncias com elementos obtidos com a média:

Usando as equações (3.104) e (3.105), temos:

$$\begin{aligned} Z_D &= \frac{0.1459 + j0.585191473791685 + 0.1459 + j0.569030620564765 + 0.1459 + j0.569030620564765}{3} \\ &= 0.1459 + j0.574417571640405 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_M &= \frac{j0.168677685623807 + j0.118688672740578 + j0.121681807735945}{3} \\ &= j0.136349388700110 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$[Z_{im}] = \begin{bmatrix} 0.1459 + j0.574417571640405 & j0.136349388700110 & j0.136349388700110 \\ j0.136349388700110 & 0.1459 + j0.574417571640405 & j0.136349388700110 \\ j0.136349388700110 & j0.136349388700110 & 0.1459 + j0.57441757164040565 \end{bmatrix}$$

Matriz de seqüências:

Usando a equação (3.143), vem:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} 0.1459 + j0.574417571640405 & j0.136349388700110 & j0.136349388700110 \\ j0.136349388700110 & 0.1459 + j0.574417571640405 & j0.136349388700110 \\ j0.136349388700110 & j0.136349388700110 & 0.1459 + j0.57441757164040565 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.1459 + j0.8471 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1459 + j0.4381 & 0 \\ 0 & 0 & j0.1459 + 0.4381 \end{bmatrix} \Omega$$

/km

Considerando o solo ideal  $\rho = 0 \Omega - m$ , e a LT com cabo para-raios (CPR).

Impedância própria do cabo para-raios:

$$Z_{rr} = R_r + j4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{2h_r}{RMG_r} \right) = 4.909 + j4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{2x11}{0.00355911} \right)$$

$$= 4.909 + j0.658172750338629 \quad \Omega/km$$

$$h_r = H_r - \frac{2fl}{3} = 12.0 - \frac{2x1.5}{3} = 11.0 \text{ m}$$

$$RMG_r = 0.00355911 \text{ m}$$

Impedâncias mútuas do cabo para-raios:

$$Z_{mn} = j4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right)$$

Usando a equação (3.82):

$$d_{AR} = \sqrt{1.70^2 + (11 - 10.36666667)^2} = 1.814141975394674 \text{ m}$$

$$d_{BR} = d_{CR} = \sqrt{1.70^2 + (11 - 8.36666667)^2} = 3.134396979785567 \text{ m}$$

$$S_{AR'} = \sqrt{4h_A h_R + d_{AR}^2} = \sqrt{4x10.36666667x11.0 + 1.814141975394674^2}$$

$$= 21.434188685063145 \text{ m}$$

$$S_{BR'} = S_{CR'} = \sqrt{4x8.36666667x11.0 + 3.134396979785567^2}$$

$$= 19.441136229832065 \text{ m}$$

$$Z_{AR} = j4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{21.434188685063145}{1.814141975394674} \right) = j0.186186461035432$$

$$Z_{BR} = Z_{CR} = j4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{19.441136229832065}{3.134396979785567} \right)$$

$$= j0.137598323138707$$

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.1459 + j0.5852 & j0.1687 & j0.1187 & j0.1862 \\ j0.1687 & 0.1459 + j0.5690 & j0.1217 & j0.1376 \\ j0.1187 & j0.1217 & 0.1459 + j0.5690 & j0.1376 \\ j0.1862 & j0.1376 & j0.1376 & 4.909 + j0.6582 \end{bmatrix}$$

Redução de kron:

$$[Z_{impred}] = \begin{bmatrix} 0.1528 + j0.5843 & 0.0051 + j0.1680 & 0.0051 + j0.1180 \\ 0.0051 + j0.1680 & 0.1497 + j0.5685 & 0.0038 + j0.1212 \\ 0.0051 + j0.1180 & 0.0038 + j0.1212 & 0.1497 + j0.5685 \end{bmatrix}$$

Matriz de impedâncias com elementos obtidos com a média:

Usando as equações (3.104) e (3.105), temos:

$$Z_D = \frac{0.1528 + j0.5843 + 0.1497 + j0.5685 + 0.1497 + j0.5685}{3}$$

$$= 0.1507 + j0.5738$$

$$Z_M = \frac{0.0051 + j0.1680 + 0.0051 + j0.1180 + 0.0038 + j0.1212}{3}$$

$$= 0.0047 + j0.1357$$

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.1507 + j0.5738 & 0.0047 + j0.1357 & 0.0047 + j0.1357 \\ 0.0047 + j0.1357 & 0.1507 + j0.5738 & 0.0047 + j0.1357 \\ 0.0047 + j0.1357 & 0.0047 + j0.1357 & 0.1507 + j0.5738 \end{bmatrix}$$

Matriz de seqüências:

Usando a equação (3.143), vem:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} 0.1507 + j0.5738 & 0.0047 + j0.1357 & 0.0047 + j0.1357 \\ 0.0047 + j0.1357 & 0.1507 + j0.5738 & 0.0047 + j0.1357 \\ 0.0047 + j0.1357 & 0.0047 + j0.1357 & 0.1507 + j0.5738 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.1601 + j0.8452 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1461 + j0.4380 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1461 + j0.4380 \end{bmatrix}$$

Considerando o solo ideal  $\rho = 100 \Omega - m$ , e a LT sem cabo para-raios.

Agora, vamos considerar os efeitos de correção de Carson dados pelas equações (3.66) e (3.67).

Impedâncias próprias:

$$Z_{mm} = (R_{int} + \Delta R') + j \left( 4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{2h_m}{RMG_m} \right) + \Delta X' \right) \quad \Omega/km$$

A resistência interna é calculada pela equação (3.44).

$$Z_{int} = R_{int} + j\omega L_{int}$$

$$= R_{cc} j \frac{1}{2} m r (1 - s^2) \frac{[ber(mr) + jbei(mr) + \varphi(ker(mr) + jkei(mr))]}{[ber'(mr) + jbei'(mr) + \varphi(ker'(mr) + jkei'(mr))]}$$

Para o condutor:

$$s = \frac{q}{r} = \frac{0.0080313}{\frac{0.0217932}{2}} = 0.3685$$

$$k = \frac{8\pi 10^{-4} f}{R_{cc}} \mu_r = \frac{8\pi 10^{-4} 60}{0.1459} = 1.0336$$

$$mr = \sqrt{k \frac{1}{1-s^2}} = \sqrt{\frac{1.0336}{1-0.3685^2}} = 1.0936$$

$$mq = \sqrt{\frac{1.0336x0.3685^2}{1 - 0.3685^2}} = 0.4030$$

Usando as equações de Bessel (3.50) a (3.57), vem:

$$\begin{aligned} ber(mr) &= 0.9777 \\ bei(mr) &= 0.2983 \\ ker(mr) &= 0.2266 \\ kei(mr) &= -0.4623 \\ ber'(mr) &= -0.0816 \\ bei'(mr) &= 0.5427 \\ ker'(mr) &= -0.5923 \\ kei'(mr) &= 0.3451 \end{aligned}$$

Para o cálculo do  $\varphi$  usando a equação (3.45), precisamos calcular as derivadas em função de  $mq$ .

$$\begin{aligned} ber'(mq) &= -0.0041 \\ bei'(mq) &= 0.2015 \\ ker'(mq) &= -2.1341 \\ kei'(mq) &= 0.2787 \end{aligned}$$

Cálculo do  $\varphi$ :

$$\varphi = -\frac{[ber'(mq) + jbei'(mq)]}{ker'(mq) + jkei'(mq)} = -0.0140 + j0.0926$$

Cálculo da impedância interna usando a equação (3.44), temos:

$$Z_{int} = R_{int} + j\omega L_{int} = 0.1483 + j0.0142 \quad \Omega/km$$

Cálculo das correções de Carson:

$$\begin{aligned} \Delta R' = 8\pi f 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} - b_1 k_i \cos\theta_{mn'} + b_2 [(c_2 - \ln k_i) k_i^2 \cos 2\theta_{mn'} \right. \\ + \theta_{mn'} k_i^2 \sin 2\theta_{mn'}] + b_3 k_i^3 \cos 3\theta_{mn'} - d_4 k_i^4 \cos 4\theta_{mn'} \\ - b_5 k_i^5 \cos 5\theta_{mn'} + b_6 [(c_6 - \ln k_i) k_i^6 \cos 6\theta_{mn'} \\ + \theta_{mn'} k_i^6 \sin 6\theta_{mn'} + b_7 k_i^7 \cos 7\theta_{mn'} - b_8 k_i^8 \cos 8\theta_{mn'} \\ \left. - \dots \right\} = \end{aligned}$$

$$\Delta R'_A = 0.0577$$

$$\Delta R'_B = \Delta R'_C = 0.0580$$

$$\begin{aligned} \Delta X' = 8\pi f 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln k_i) + b_1 k_i \cos\theta_{mn'} - d_2 k_i^2 \cos 2\theta_{mn'} \right. \\ + b_3 k_i^3 \cos 3\theta_{mn'} - b_4 [(c_4 - \ln k_i) k_i^4 \cos 4\theta_{mn'} \\ + \theta_{mn'} k_i^4 \sin 4\theta_{mn'}] + b_5 k_i^5 \cos 5\theta_{mn'} - d_6 k_i^6 \cos 6\theta_{mn'} \\ + b_7 k_i^7 \cos 7\theta_{mn'} - b_8 [(c_8 - \ln k_i) k_i^8 \cos 8\theta_{mn'} \\ \left. + \theta_{mn'} k_i^8 \sin 8\theta_{mn'}] - \dots \right\} \end{aligned}$$

$$\Delta X'_A = 0.2816$$

$$\Delta X'_B = \Delta X'_C = 0.2975$$

Impedâncias próprias:

$$\begin{aligned} Z_{AA} &= (0.1483 + 0.0577) + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{2 \times 10.3667}{0.00883} \right) + 0.2816 \right) \\ &= 0.2060 + j0.8668 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{BB} = Z_{CC} &= (0.1483 + 0.0580) + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{2 \times 8.3667}{0.00883} \right) + 0.2975 \right) \\ &= 0.2063 + j0.8665 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

Impedâncias mútuas:

$$Z_{mn} = \Delta R' + j(4\pi 10^{-4} f \ln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right) + \Delta X') \quad \Omega/\text{km}$$

$$\Delta R'_{AB} = 0.0578$$

$$\Delta R'_{AC} = 0.0579$$

$$\Delta R'_{BC} = 0.0580$$

$$\Delta X'_{AB} = 0.2891$$

$$\Delta X'_{AC} = 0.2879$$

$$\Delta X'_{BC} = 0.2960$$

$$\begin{aligned} Z_{AB} &= 0.0578 + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{18.7334}{2.0} \right) + 0.2891 \right) \\ &= 0.0578 + j0.4578 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{AC} &= 0.0579 + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{19.0394}{3.9446} \right) + 0.2879 \right) \\ &= 0.0579 + j0.4066 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{BC} &= 0.0580 + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{17.0753}{3.4} \right) + 0.2960 \right) \\ &= 0.0580 + j0.4176 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

Matriz de impedâncias com elementos obtidos com a média:

Usando as equações (3.104) e (3.105), temos:

$$\begin{aligned} Z_D &= \frac{0.2060 + j0.8668 + 0.2063 + j0.8665 + 0.2063 + j0.8665}{3} \\ &= 0.2062 + j0.8666 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_M &= \frac{0.0578 + j0.4578 + 0.0579 + j0.4066 + 0.0580 + j0.4176}{3} \\ &= 0.0579 + j0.4273 \quad \Omega/\text{km} \end{aligned}$$

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2062 + j0.8666 & 0.0579 + j0.4273 & 0.0579 + j0.4273 \\ 0.0579 + j0.4273 & 0.2062 + j0.8666 & 0.0579 + j0.4273 \\ 0.0579 + j0.4273 & 0.0579 + j0.4273 & 0.2062 + j0.8666 \end{bmatrix}$$

Usando a equação (3.143), vem:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} 0.2062 + j0.8666 & 0.0579 + j0.4273 & 0.0579 + j0.4273 \\ 0.0579 + j0.4273 & 0.2062 + j0.8666 & 0.0579 + j0.4273 \\ 0.0579 + j0.4273 & 0.0579 + j0.4273 & 0.2062 + j0.8666 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.3220 + j1.7213 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1483 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1483 + j0.4393 \end{bmatrix} \Omega/km$$

Considerando o solo ideal  $\rho = 100 \Omega - m$ , e a LT com cabo para-raios. Em relação ao item anterior, basta calcular os termos que têm relação com o para-raios.

Resistência interna:

$$R_{int} = 4.909$$

Correção das resistências:

$$\Delta R'_R = 0.0576$$

$$\Delta R'_{AR} = 0.0577$$

$$\Delta R'_{BR} = 0.0578$$

$$\Delta R'_{CR} = 0.0578$$

Correção das reatâncias:

$$\Delta X'_R = 0.2773$$

$$\Delta X'_{AR} = 0.2792$$

$$\Delta X'_{BR} = 0.2865$$

$$\Delta X'_{CR} = 0.2865$$

Impedância própria:

$$\begin{aligned} Z_{RR} &= (4.909 + 0.0576) + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{2x_{11}}{0.00355911} \right) + 0.2773 \right) \\ &= 4.9666 + j0.9354 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

Impedâncias mútuas:

$$\begin{aligned} Z_{AR} &= 0.0577 + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{21.4342}{1.8141} \right) + 0.2792 \right) \\ &= 0.0577 + j0.4654 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{BR} = Z_{CR} &= 0.0578 + j \left( 4\pi 10^{-4} 60 \ln \left( \frac{19.4412}{3.1344} \right) + 0.2865 \right) \\ &= 0.0578 + j0.4241 \quad \Omega/km \end{aligned}$$

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2060 + j0.8668 & 0.0578 + j0.4578 & 0.0579 + j0.4066 & 0.0577 + j0.4654 \\ 0.0578 + j0.4578 & 0.2063 + j0.8665 & 0.0580 + j0.4176 & 0.0578 + j0.4241 \\ 0.0579 + j0.4066 & 0.0580 + j0.4176 & 0.2063 + j0.8665 & 0.0578 + j0.4241 \\ 0.0577 + j0.4654 & 0.0578 + j0.4241 & 0.0578 + j0.4241 & 4.9666 + j0.9354 \end{bmatrix} \Omega/km$$

$$[Z_{impred}] = \begin{bmatrix} 0.2455 + j0.8486 & 0.0937 + j0.4407 & 0.0937 + j0.3895 \\ 0.0937 + j0.4407 & 0.2388 + j0.8505 & 0.0905 + j0.4017 \\ 0.0937 + j0.3895 & 0.0905 + j0.4017 & 0.2388 + j0.8505 \end{bmatrix} \Omega/km$$

Matriz de impedâncias com elementos obtidos com a média:

Usando as equações (3.104) e (3.105), temos:

$$Z_D = \frac{0.2455 + j0.8486 + 0.2388 + j0.8505 + 0.2388 + j0.8505}{3} \\ = 0.2410 + j0.8499 \Omega/km$$

$$Z_M = \frac{0.0937 + j0.4407 + 0.0937 + j0.3895 + 0.0905 + j0.4017}{3} \\ = 0.0926 + j0.4106 \Omega/km$$

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$\begin{bmatrix} 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.4263 + j1.6711 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1484 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1484 + j0.4393 \end{bmatrix} \Omega \\ /km$$

Usando a rotina LCC do ATPdraw:

Os dados preenchidos no ATPdraw são mostrados nas figuras 3.29 e 3.30 e retirados das tabelas de condutores.

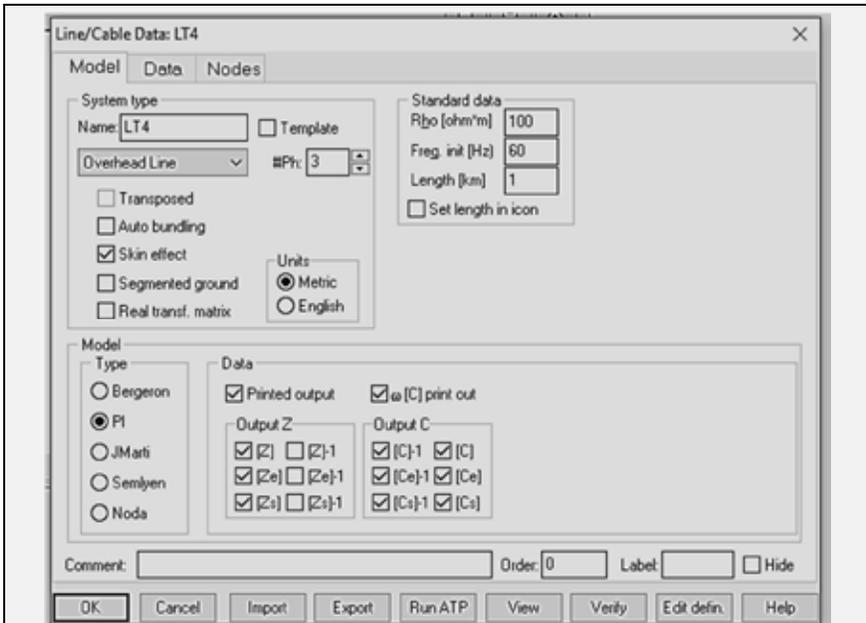


Figura 3.29 – Dados Model para o exemplo 3.2

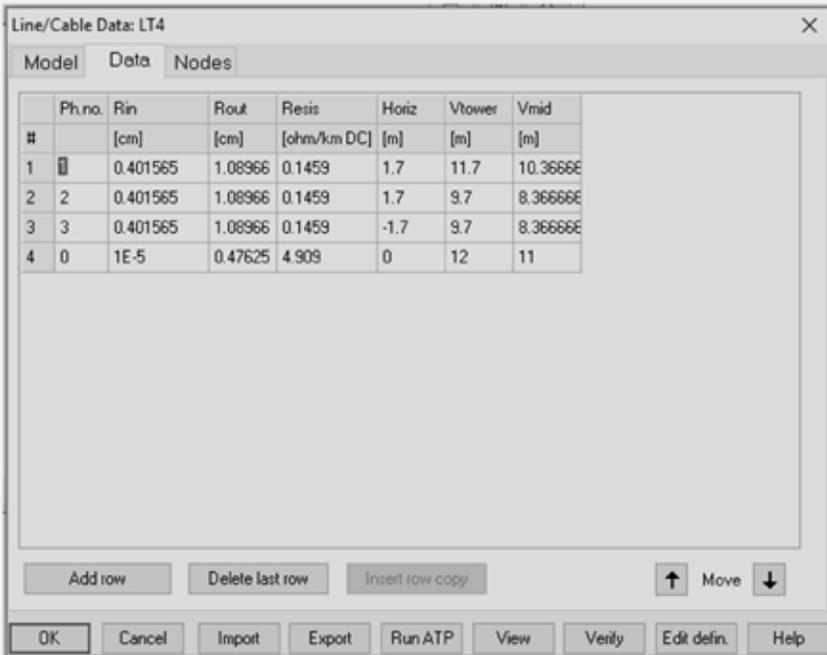


Figura 3.30 – Dados Data para o exemplo 3.2

No arquivo .lis gerado pelo ATPdraw aparecem os seguintes resultados:

```

Sequence      Surge impedance      Attenuation  velocity  Wavelength  Resistance  Reactance
      magnitude(ohm) angle(degr.)  db/km      km/sec      km      ohm/km      ohm/km
Zero : 8.87486E+02 -7.14196E+00 2.09689E-03 1.95669E+05 3.26115E+03 4.25178E-01 1.67000E+00
Positive: 3.49714E+02 -9.23991E+00 1.84242E-03 2.89127E+05 4.81879E+03 1.46435E-01 4.38162E-01
Request for flushing of punch buffer.          |$FUNCH

```

A tabela 3.4 mostra uma comparação entre os resultados obtidos para as impedâncias de seqüências zero, positiva e negativa.

**Tabela 3.4 – Impedâncias de seqüências**

Impedâncias $\Omega/km$	$\rho = 0$ sem CPR	$\rho = 0$ com CPR	$\rho = 100$ sem CPR	$\rho = 100$ com CPR	ATPdraw LCC
Zero	0.1459 + $j0.8472$	0.1601 + $j0.8452$	0.3220 + $j1.7213$	0.4263 + $j1.6711$	0.4252 + $j1.6700$
Positiva	0.1459 + $j0.4380$	0.1460 + $j0.4381$	0.1483 + $j0.4393$	0.1484 + $j0.4393$	0.1464 + $j0.4382$
Negativa	0.1459 + $j0.4380$	0.1460 + $j0.4381$	0.1483 + $j0.4393$	0.1484 + $j0.4393$	0.1464 + $j0.4382$

A metodologia apresentada para  $\rho = 100$  com CPR tem pequenas diferenças em relação aos resultados do ATPdraw:  $erro_{resizero} = 0.2587\%$ ;  $erro_{reatzero} = 0.066\%$ ;  $erro_{resipos} = 1.37\%$ ;  $erro_{reatpos} = 0.2510\%$ . Portanto, os erros acontecem na terceira casa decimal e são desprezíveis.

### Exemplo 3.4

Repita o exemplo anterior para a LT com cabo para-raios e  $\rho = 100 \Omega - m$ , usando o método aproximado de Carson.

**Solução:**

A resistência interna para o condutor de fase e cabo para-raios calculada no exemplo 3.3 vale, respectivamente:

$$R_{int} = 0.1483 \text{ } \Omega/km$$

$$R_{int} = 4.909 \text{ } \Omega/km$$

Utilizando a tabela 3.2, vem  $D_e = 850 \text{ m}$ .

Os raios médios geométricos do condutor e do cabo para-raios são respectivamente:

$$RMG_1 = 0.00883 \text{ m}$$

$$RMG_r = 0.00355911 \text{ m}$$

Distâncias entre condutores:

$$d_{AB} = 2.0 \text{ m}$$

$$d_{BC} = 3.4 \text{ m}$$

$$d_{AC} = 3.944616584663204 \text{ m}$$

$$d_{AR} = 1.814141975394674 \text{ m}$$

$$d_{BR} = d_{CR} = 3.134396979785567 \text{ m}$$

Usando as equações (3.89) e (3.90), temos:

$$Z_{mm} = R_{int} + 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{D_e}{R_{MG_m}} \right) \quad \Omega/km$$

$$Z_{mn} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{D_e}{d_{mn}} \right) \quad \Omega/km$$

Impedâncias próprias:

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = 0.1483 + 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{0.00883} \right) = 0.2076 + j0.8652 \quad \Omega/km$$

$$Z_{rr} = 4.909 + 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{0.00355911} \right) = 4.9683 + j0.9337 \quad \Omega/km$$

Impedâncias mútuas:

$$Z_{ab} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{2.0} \right) = 0.0593 + j0.4563 \quad \Omega/km$$

$$Z_{bc} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{3.4} \right) = 0.0593 + j0.4163 \quad \Omega/km$$

$$Z_{ac} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{3.944616584663204} \right) = 0.0593 + j0.4051 \quad \Omega/km$$

$$Z_{ar} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{3.134396979785567} \right) = 0.0593 + j0.4224 \quad \Omega/km$$

$$Z_{br} = Z_{cr} = 0.05928 + j0.0753984 \ln \left( \frac{850}{1.814141975394674} \right) = 0.0593 + j0.4637 \quad \Omega/km$$

Matriz de impedâncias:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2076 + j0.8652 & 0.0593 + j0.4563 & 0.0593 + j0.4050 & 0.0593 + j0.4224 \\ 0.0593 + j0.4563 & 0.2076 + j0.8652 & 0.0593 + j0.4163 & 0.0593 + j0.4637 \\ 0.0593 + j0.4050 & 0.0593 + j0.4163 & 0.2076 + j0.8652 & 0.0593 + j0.4637 \\ 0.0593 + j0.4224 & 0.0593 + j0.4637 & 0.0593 + j0.4637 & 4.9683 + j0.9337 \end{bmatrix} /km$$

Matriz de impedâncias reduzida:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2398 + j0.8491 & 0.0948 + j0.4391 & 0.0948 + j0.3878 \\ 0.0948 + j0.4391 & 0.2467 + j0.8468 & 0.0984 + j0.3979 \\ 0.0948 + j0.3878 & 0.0984 + j0.3979 & 0.2467 + j0.8468 \end{bmatrix}$$

Matriz balanceada:

$$[Z_{imp}] = \begin{bmatrix} 0.2444 + j0.8475 & 0.0960 + j0.4082 & 0.0960 + j0.4082 \\ 0.0960 + j0.4082 & 0.2444 + j0.8475 & 0.0960 + j0.4082 \\ 0.0960 + j0.4082 & 0.0960 + j0.4082 & 0.2444 + j0.8475 \end{bmatrix}$$

Matriz de impedâncias de seqüências:

$$[Z_{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0.2444 + j0.8475 & 0.0960 + j0.4082 & 0.0960 + j0.4082 \\ 0.0960 + j0.4082 & 0.2444 + j0.8475 & 0.0960 + j0.4082 \\ 0.0960 + j0.4082 & 0.0960 + j0.4082 & 0.2444 + j0.8475 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Z_{012}] = \begin{bmatrix} 0.4364 + j1.6640 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1484 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1484 + j0.4393 \end{bmatrix} \Omega/km$$

Comparando os resultados com os resultados do ATPdraw:  $erro_{resizero} = 2.6341\%$ ;  $erro_{reatzero} = 0.3593\%$ ;  $erro_{resipos} = 1.37\%$ ;  $erro_{reatpos} = 0.2510\%$ . Portanto, os erros nos parâmetros de sequência zero foram um pouco maiores do que no caso de Carson completo.

### 3.9 Capacitância

Considere um condutor cilíndrico longo e reto em um meio uniforme, como o ar, e isolado de outras cargas, como mostrado na figura 3.31.

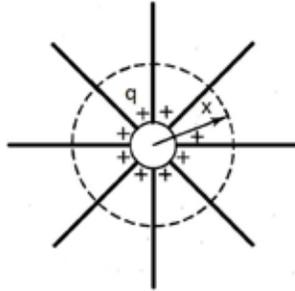


Figura 3.31 - Condutor cilíndrico isolado

A densidade de fluxo elétrico é dada por:

$$D = \frac{q}{2\pi x} \quad C/m^2 \quad (3.154)$$

Onde:

$q$  é a carga do condutor isolado em C;

$x$  é a distância do centro do condutor para o ponto onde se calcula a densidade do fluxo elétrico em m.

A intensidade do campo elétrico é dada por:

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{q}{2\pi\epsilon x} \quad V/m \quad (3.155)$$

Onde:

$D$  é a densidade de fluxo elétrico;

$\varepsilon$  é a permissividade do meio e vale  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  com  $\varepsilon_0 = 8.859 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  e para o ar  $\varepsilon_r = 1$ .

Podemos determinar a queda de tensão entre dois pontos calculando a tensão entre as superfícies equipotenciais que passam por  $P_1$  e  $P_2$  por meio da integração da intensidade de campo sobre uma trajetória radial entre as superfícies equipotenciais, como mostrado na figura 3.32.

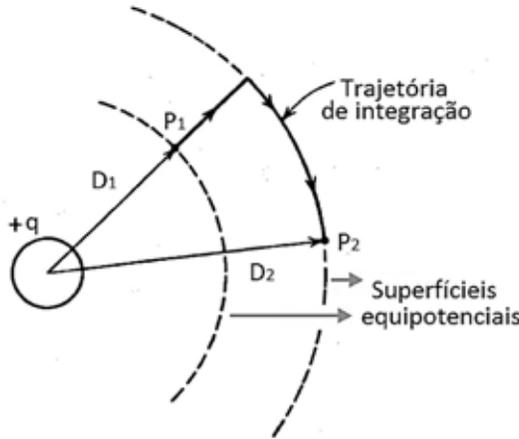


Figura 3.32 - Trajetória de integração para cálculo de diferença de potencial entre dois pontos

$$V_{12} = \int_{D_1}^{D_2} E dx = \int_{D_1}^{D_2} \frac{q}{2\pi\varepsilon} dx = \frac{q}{2\pi\varepsilon} \int_{D_1}^{D_2} \frac{1}{x} dx = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (V) \quad (3.156)$$

Devemos salientar na equação (3.92) que o ponto  $P_2$  é o ponto mais distante do centro do condutor.

A capacitância de uma linha de dois condutores 1 e 2, mostrada na figura 3.33(a), é definida como a carga dos condutores por unidade de diferença de potencial entre eles.

$$C_{12} = \frac{q}{V_{12}} \text{ F/m} \quad (3.157)$$

### 3.9.1 Capacitância para o neutro

Se a LT é energizada a partir de um transformador com tape central aterrado, a diferença de potencial entre cada condutor e a terra é a metade da diferença de potencial entre dois condutores (equação (3.158)) e a capacitância para a terra ou neutro é dada pela equação (3.159) e mostrada na figura 3.33(b).

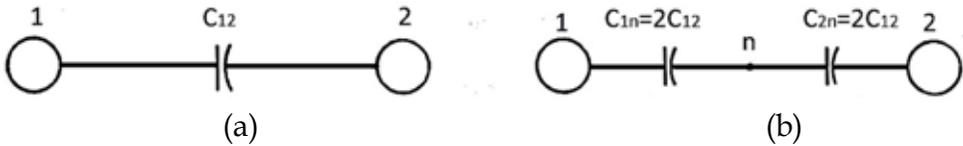


Figura 3.33 - (a) Capacitância entre condutores, (b) capacitância entre condutor e neutro

$$V_{1n} = \frac{V_{12}}{2} \quad (3.158)$$

$$C_{1n} = C_{2n} = 2C_{12} \quad (3.159)$$

### 3.9.2 Cálculo da capacitância com efeito de solo

O solo altera a capacitância das linhas de transmissão trifásicas porque sua presença altera o campo elétrico das linhas. Para levar em consideração o efeito do solo no cálculo da capacitância, é suposto que o plano de terra é um condutor perfeito com a forma de um plano horizontal com extensão infinita. Assim, para calcular a capacitância, o plano de terra é substituído por um condutor fictício abaixo da superfície da terra, a uma distância igual a que tem o condutor aéreo em cima da superfície. Esse condutor tem uma carga igual e de sinal oposto ao do condutor original e é chamado de condutor imagem.

Antes de fazer o cálculo da capacitância com efeito de solo, vamos estender o cálculo da diferença de potencial para  $N$  condutores sólidos e cilíndricos, como mostrado na figura 3.34,

desprezando a distorção do campo elétrico na proximidade dos outros condutores, causada pelo fato de que os outros condutores em si são superfícies potenciais constantes.

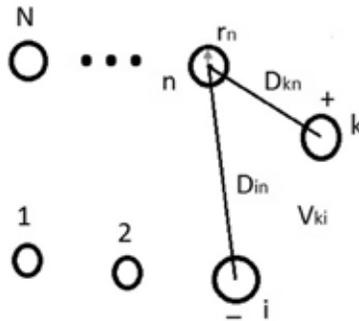


Figura 3.34 - Conjunto de condutores cilíndricos sólidos

Onde:

$$D_{nn} = r_n \text{ quando } k = n \text{ ou } i = n.$$

Suponha que cada condutor tenha uma carga  $q_n$  (C/m) uniformemente distribuída ao longo do condutor. A diferença de potencial entre dois condutores  $k$  e  $i$ , devido à presença da carga  $q_n$  única, é dada por:  $V_{kin} = \frac{q_n}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{in}}{D_{kn}}$ .

Usando superposição, a diferença de potencial entre dois condutores  $k$  e  $i$ , devido à presença de todas as cargas, é dada por:

$$V_{ki} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{n=1}^N q_n \ln \left( \frac{D_{in}}{D_{kn}} \right) \quad (V) \quad (3.160)$$

A figura 3.35 mostra uma linha trifásica com  $n$  subcondutores por fase e  $N$  condutores neutros. Cada condutor tem um condutor imagem. Os condutores  $a, b, c, n_1, n_2, \dots, N$  têm cargas  $q_a, q_b, q_c, q_{n1}, q_{n2}, \dots, q_{nN}$  e os condutores imagem têm cargas  $-q_a, -q_b, -q_c, -q_{n1}, -q_{n2}, \dots, -q_{nN}$ . Inicialmente, vamos

considerar que cada condutor da LT trifásica a, b e c e suas imagens a', b' e c' não possuem subcondutores. Aplicando a equação (3.160) para determinar a diferença de potencial  $V_{kk'}$  entre um condutor k e sua imagem k', temos:

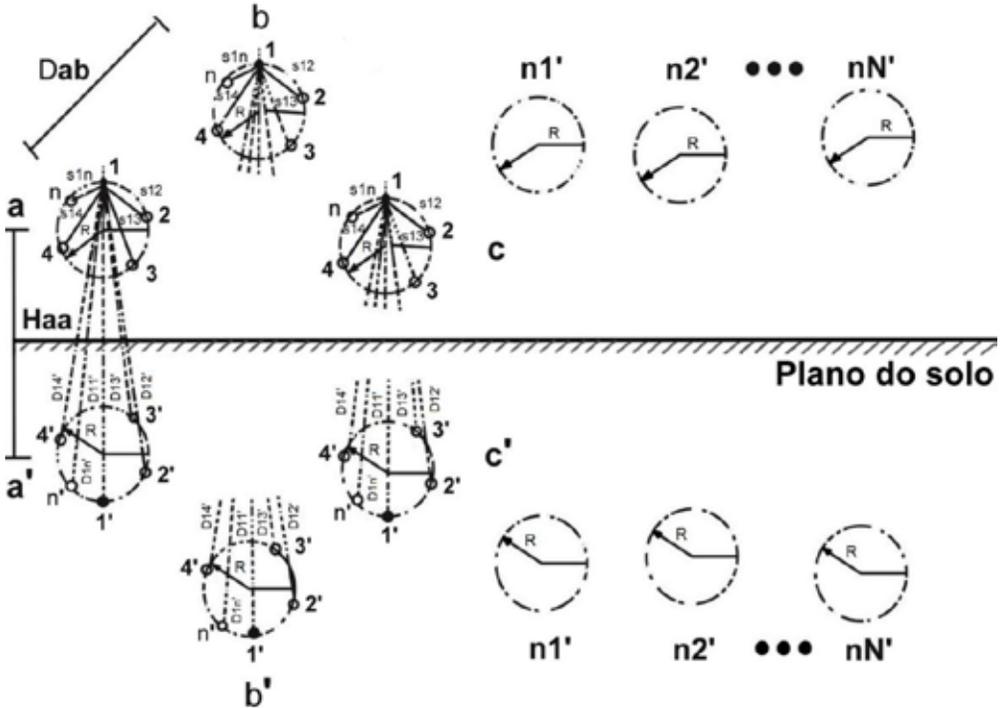


Figura 3.35 - LT trifásica com condutores neutro e plano de solo substituído por condutores imagem

$$V_{kk'} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ \sum_{m=a}^{nN} q_m \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) - \sum_{m=a}^{nN} q_m \ln \left( \frac{D_{km}}{H_{km}} \right) \right] \quad (3.161)$$

Realizando a operação no logaritmo, vem:

$$V_{kk'} = \frac{2}{2\pi} \sum_{m=a}^{nN} q_m \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad (3.162)$$

Onde:

$$D_{kk} = r_k$$

$D_{km}$  é a distância entre os condutores k e m;

$H_{km}$  é a distância entre o condutor k e a imagem do condutor m.

De acordo com a equação (3.158), a diferença de potencial entre o condutor  $k$  e a terra é a metade de  $V_{kk'}$ . Portanto:

$$V_{kn} = \frac{V_{kk'}}{2} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{m=a}^{nN} q_m \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad (3.163)$$

Onde:  $k = a, b, c, n1, n2, \dots, nN$  e  $m = a, b, c, n1, n2, \dots, nN$

De acordo com a equação (3.160), podemos escrever a equação (3.164) na forma matricial seguinte:

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \\ \vdots \\ V_{nN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & \dots & A_{anN} \\ A_{ba} & A_{bb} & \ddots & A_{bnN} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_{nNa} & A_{nNb} & \dots & A_{nNnN} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ \vdots \\ q_{nN} \end{bmatrix} \quad (3.164)$$

Os termos da diagonal:

$$A_{kk} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left( \frac{H_{kk}}{D_{kk}} \right) \quad (3.165)$$

são chamados coeficientes de campo próprio.

Os termos fora da diagonal:

$$A_{km} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad (3.166)$$

são chamados coeficientes de campo mútuo.

Se substituirmos o valor de  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  com  $\epsilon_0 = 8,8541878176 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$  e para o ar  $\epsilon_r = 1$ , os coeficientes de campo próprios e mútuos tomam a forma das equações (3.167) e (3.168).

$$A_{kk} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{D_{kk}} \right) \quad km/F \quad (3.167)$$

$$A_{km} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) \quad km/F \quad (3.168)$$

Vamos, então, considerar que cada condutor de fase da figura 3.35 é composto de  $n$  subcondutores dispostos uniformemente sobre um círculo de raio  $R$  e cujo centro se encontra a uma altura  $H_{kk}/2$  sobre o solo e que  $\frac{H_{kk}}{2} \gg R$ . Portanto, a distância de cada subcondutor para a sua imagem é igual a  $H_{kk}$ . Supomos que as cargas elétricas sejam iguais em cada subcondutor e igualmente distribuídas de maneira uniforme sobre suas superfícies, de tal maneira que  $q = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_n = \frac{q_a}{n} = \frac{q_b}{n} = \dots = \frac{q_n}{n}$ . Cada subcondutor tem o mesmo raio  $r$ .

Os coeficientes de campo próprios e mútuos para cada subcondutor são:

$$A_{11} = A_{22} = \dots = A_{nn} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{r} \right) \quad (3.169)$$

$$A_{12} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{s_{12}} \right); A_{13} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{s_{13}} \right); \dots; A_{1n} = 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{s_{1n}} \right) \quad (3.170)$$

Portanto,

$$\begin{aligned} V_{an} &= (A_{11} + A_{12} + \dots + A_{1n}) \frac{q}{n} = \\ &= (17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{r} \right) + 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{s_{12}} \right) + \\ &+ \dots + 17.975109 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{s_{1n}} \right)) = \\ &= 17.975103 \cdot 10^6 \frac{q}{n} (n \ln H_{kk} + \ln \left( \frac{1}{r s_{12} \dots s_{1n}} \right)) = \\ &= 17.975103 \cdot 10^6 q \ln \left( \frac{H_{kk}}{n \sqrt{r s_{12} \dots s_{1n}}} \right) \quad (3.171) \end{aligned}$$

Se comparamos essa equação com a equação (3.167) concluiremos que o seu denominador representa o raio do condutor cilíndrico múltiplo.

Podemos, então, considerar as flechas dos condutores, mudar a notação como a da figura 3.35 e escrever as equações dos coeficientes de campos próprio e mútuo como:

$$\begin{aligned}
 A_{kk} &= 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{\sqrt[n]{r_{S_{12}} \dots S_{1n}}} \right) = \\
 &17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{H_{kk}}{D_{SS}} \right) = \\
 &17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{2h_m}{D_{SS}} \right) \quad km/F \qquad (3.172)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{km} &= 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{H_{km}}{D_{km}} \right) = \\
 &17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{mn'}}{d_{mn}} \right) \quad km/F \qquad (3.173)
 \end{aligned}$$

Onde:  $D_{SS} = \sqrt[n]{r_{S_{12}} \dots S_{1n}}$

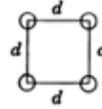
Para uma LT com:

- Dois condutores com raio  $r$  agrupados: 

$$D_{SS} = \sqrt[2 \times 2]{r(d)r(d)} = \sqrt[4]{[(r)(d)]^2} = \sqrt{(r)(d)} \qquad (3.174)$$

- Três condutores agrupados: 

$$\begin{aligned}
 D_{SS} &= \sqrt[3 \times 3]{r(d)(d)r(d)(d)r(d)(d)} = \\
 &\sqrt[9]{[(r)(d)(d)]^3} = \sqrt[3]{r(d)^2} \qquad (3.175)
 \end{aligned}$$



– Quatro condutores agrupados:

$$D_{SS4} = \sqrt[4x4]{r(d)(d)(d\sqrt{2})r(d)(d)r(d)(d)(d\sqrt{2})r(d)(d)(d\sqrt{2})} = \sqrt[16]{[(r)(d)(d)(d\sqrt{2})]^4} = 1.0905^4 \sqrt[4]{r(d)^3} \quad (3.176)$$

### 3.9.3 Operacionalização do método das imagens

Da mesma forma como na operacionalização das impedâncias, vamos considerar quatro casos: LT sem cabos para-raios, LT com um cabo para-raios aterrado, LT com dois cabos para-raios aterrados e LT com dois circuitos em paralelo e dois cabos para-raios.

#### 1º caso: linha sem cabos para-raios

A matriz de coeficientes de potencial tem a seguinte forma:

$$[A_p] = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} \end{bmatrix} \quad (3.177)$$

Onde: os elementos da matriz de coeficientes de potencial são calculados pelas expressões (3.165) e (3.166).

#### 2º caso: linha com um cabo para-raios aterrado

A matriz de coeficientes de potencial tem a seguinte forma:

$$[A_p] = \left[ \begin{array}{ccc|c} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} & A_{ar} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} & A_{br} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} & A_{cr} \\ \hline & & & \\ A_{ra} & A_{rb} & A_{rc} & A_{rr} \end{array} \right] \quad (3.178)$$

Para que a matriz tenha a dimensão 3 x 3, a matriz de coeficientes de potencial deve ser reduzida, usando a redução de Kron e, conseqüentemente, a linha e a coluna referente ao cabo para-raios são eliminadas e a equação (3.178) fica com a forma da equação (3.177).

**3º caso: linha com dois cabos para-raios aterrados**

A matriz de coeficientes de potencial tem a seguinte forma:

$$[A_p] = \left[ \begin{array}{ccc|cc} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} & A_{ar1} & A_{ar2} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} & A_{br1} & A_{br2} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} & A_{cr1} & A_{cr2} \\ \hline & & & & \\ A_{r1a} & A_{r1b} & A_{r1c} & A_{r1r1} & A_{r1r2} \\ A_{r2a} & A_{r2b} & A_{r2c} & A_{r2r1} & A_{r2r2} \end{array} \right] \quad (3.179)$$

Para que a matriz de coeficientes de potencial com dois cabos para-raios tenha a dimensão 3 x 3, ela, também, deve ser reduzida, usando a redução de Kron.

Nos casos 2 e 3 aplica-se a redução de Kron e em cada um dos três casos, a matriz de capacitâncias é obtida pela inversa da matriz de coeficientes de potencial:

$$[C] = [A_p]^{-1} = \left[ \begin{array}{ccc} C_{aa} & C_{ab} & C_{ac} \\ C_{ba} & C_{bb} & C_{bc} \\ C_{ca} & C_{cb} & C_{cc} \end{array} \right] F/km \quad (3.180)$$

Se a LT é completamente transposta:

$$C_D = \frac{C_{aa} + C_{bb} + C_{cc}}{3} \text{ F/km} \quad (3.181)$$

$$C_M = \frac{C_{ab} + C_{bc} + C_{ca}}{3} \text{ F/km} \quad (3.182)$$

A nova matriz de impedâncias, com os condutores transpostos, é igual a:

$$[C_T] = \begin{bmatrix} C_D & C_M & C_M \\ C_M & C_D & C_M \\ C_M & C_M & C_D \end{bmatrix} \text{ F/km} \quad (3.183)$$

A matriz de admitâncias shunt é dada por:

$$[Y] = j\omega[C_T] \text{ S/km} \quad (3.184)$$

#### 4º caso: linha com circuito duplo e dois cabos para-raios aterrados

A matriz de coeficientes de potencial tem a seguinte forma:

$$[A_p] = \left[ \begin{array}{cccccc|cc} A_{aa} & A_{ab} & A_{ac} & A_{aa'} & A_{ab'} & A_{ac'} & A_{ar} & A_{ar2} \\ A_{ba} & A_{bb} & A_{bc} & A_{ba'} & A_{bb'} & A_{bc'} & A_{br1} & A_{br} \\ A_{ca} & A_{cb} & A_{cc} & A_{ca'} & A_{cb'} & A_{cc'} & A_{cr} & A_{cr2} \\ A_{a'a} & A_{a'b} & A_{a'c} & A_{a'a'} & A_{a'b'} & A_{a'c'} & A_{a'r1} & A_{a'r2} \\ A_{b'a} & A_{b'b} & A_{b'c} & A_{b'a'} & A_{b'b'} & A_{b'c'} & A_{b'r1} & A_{b'r2} \\ A_{c'a} & A_{c'b} & A_{c'c} & A_{c'a'} & A_{c'b'} & A_{c'c'} & A_{c'r1} & A_{c'r2} \\ - & - & - & - & - & - & - & - \\ A_{r1a} & A_{r1b} & A_{r1c} & A_{r1a'} & A_{r1b'} & A_{r1c'} & A_{r1r1} & A_{r1r2} \\ Z_{r2a} & Z_{r2b} & Z_{r2c} & Z_{r2a'} & Z_{r2b'} & Z_{r2c'} & Z_{r2r1} & Z_{r2r2} \end{array} \right] \quad (3.185)$$

A matriz de coeficientes de potencial reduzida tem dimensão  $6 \times 6$

$$[A_p] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (3.186)$$

A matriz de capacitâncias é dada pelo inverso da matriz de coeficientes de potencial.

$$[C] = [A_p]^{-1} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (3.187)$$

### 3.10 Admitâncias de Sequências

Para uma LT simples e transposta, a matriz de admitâncias em componentes simétricas é calculada como:

$$[Y_{012}] = \frac{jw}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_D & C_M & C_M \\ C_M & C_D & C_M \\ C_M & C_M & C_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.188)$$

$$[Y_{012}] = \begin{bmatrix} Y_0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_1 & 0 \\ 0 & 0 & Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_D + 2Y_M & 0 & 0 \\ 0 & Y_D - Y_M & 0 \\ 0 & 0 & Y_D - Y_M \end{bmatrix} \quad (3.189)$$

No caso da LT com circuito duplo, a obtenção das admitâncias de seqüências é feita através da equação (3.190).

$$[Y_{012}] = \begin{bmatrix} [A]^{-1} & [0] \\ [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [Y_{11}] & [Y_{12}] \\ [Y_{21}] & [Y_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A] & [0] \\ [0] & [A] \end{bmatrix} \quad (3.190)$$

Onde:

$$[C_T] = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{D1} & C_{M1} & C_{M1} \\ C_{M1} & C_{D1} & C_{M1} \\ C_{M1} & C_{M1} & C_{D1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{D1} & C_{M12} & C_{M1} \\ C_{M12} & C_{D12} & C_{M1} \\ C_{M1} & C_{M12} & C_{D1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} C_{D12} & C_{M12} & C_{M12} \\ C_{M12} & C_{D12} & C_{M12} \\ C_{M12} & C_{M12} & C_{D12} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C_{D2} & C_{M2} & C_{M2} \\ C_{M2} & C_{D2} & C_{M2} \\ C_{M2} & C_{M2} & C_{D2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (3.191)$$

$$C_{D1} = \frac{C_{11} + C_{22} + C_{33}}{3} \quad (3.192)$$

$$C_{D2} = \frac{C_{44} + C_{55} + C_{66}}{3} \quad (3.193)$$

$$C_{M1} = \frac{C_{12} + C_{13} + C_{23}}{3} \quad (3.194)$$

$$C_{M2} = \frac{C_{45} + C_{46} + C_{56}}{3} \quad (3.195)$$

$$C_{D12} = \frac{C_{14} + C_{25} + C_{36}}{3} \quad (3.196)$$

$$C_{M1} = \frac{C_{15} + C_{16} + C_{26}}{3} \quad (3.197)$$

E as submatrizes  $[Y_{11}]$ ,  $[Y_{12}]$ ,  $[Y_{21}]$  e  $[Y_{22}]$  são dadas por:

$$[Y_{11}] = j\omega \begin{bmatrix} C_{D1} & C_{M1} & C_{M1} \\ C_{M1} & C_{D1} & C_{M1} \\ C_{M1} & C_{M1} & C_{D1} \end{bmatrix} \quad (3.198)$$

$$[Y_{12}] = j\omega \begin{bmatrix} C_{D12} & C_{M1} & C_{M12} \\ C_{M12} & C_{D1} & C_{M12} \\ C_{M12} & C_{M12} & C_{D12} \end{bmatrix} \quad (3.199)$$

$$[Y_{21}] = j\omega \begin{bmatrix} C_{D12} & C_{M1} & C_{M12} \\ C_{M1} & C_{D12} & C_{M1} \\ C_{M12} & C_{M12} & C_{D1} \end{bmatrix} \quad (3.200)$$

$$[Y_{22}] = j\omega \begin{bmatrix} C_{D2} & C_{M2} & C_{M2} \\ C_{M2} & C_{D2} & C_{M2} \\ C_{M2} & C_{M2} & C_{D2} \end{bmatrix} \quad (3.201)$$

### Exemplo 3.5

Calcule as susceptâncias de seqüências positiva, negativa e zero para a linha do exemplo 3.4 sem cabo para-raios e com cabo para-raios e compare os resultados obtidos com o programa ATPdraw.

**Solução:**

Do exemplo 3.4:

$$\begin{aligned}
 h_A &= 10.3667 \text{ m} \\
 h_B &= h_C = 8.3667 \text{ m} \\
 d_{AB} &= 2.0 \text{ m} \\
 d_{BC} &= 3.4 \text{ m} \\
 d_{AC} &= 3.9446 \text{ m} \\
 S_{AC'} &= 19.0394 \text{ m} \\
 S_{BC'} &= 17.0753 \text{ m} \\
 S_{AB'} &= 18.7334 \text{ m} \\
 h_r &= 11.0 \text{ m} \\
 d_{AR} &= 1.8141 \text{ m} \\
 d_{BR} &= d_{CR} = 3.1344 \text{ m} \\
 S_{AR'} &= 21.4342 \text{ m} \\
 S_{BR'} &= S_{CR'} = 19.4412 \text{ m}
 \end{aligned}$$

A partir do diâmetro do cabo tipo 477 CAA – 26/7 MCM, temos:

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{D}{2} = \frac{0.0217932}{2} = 0.0108966 \text{ m} \\
 D_{SSA} &= D_{SSB} = D_{SSC} = r = 0.0108966 \text{ m}
 \end{aligned}$$

A partir do diâmetro do cabo tipo aço galvanizado com 7 fios, vem:

$$D_{SSR} = r_{para-raios} = 0.0047625 \text{ m}$$

Usando as equações (3.172) e (3.173), temos:

$$\begin{aligned}
 A_{kk} &= 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{2h_m}{D_{SS}} \right) \text{ km/F} \\
 A_{km} &= 17.975103 \cdot 10^6 \ln \left( \frac{S_{mn}}{d_{mn}} \right) \text{ km/F}
 \end{aligned}$$

Coefficientes de potencial próprios:

Os números com mais de quatro casas decimais foram calculados com o MATLAB.

$$A_{aa} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{2h_a}{D_{SSA}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{2x10.36666667}{0.0108966} \right) \\ = 1.357308507538349x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{bb} = A_{cc} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{2h_b}{D_{SSB}} \right) \\ = 17.975109. 10^6 \ln \left( \frac{2x8.36666667}{0.0108966} \right) \\ = 1.318780676626714x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{rr} = 17.975109. 10^6 \ln \left( \frac{2h_r}{D_{SSR}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{2x11.0}{0.0047625} \right) \\ = 1.516743683457544x10^8 \text{ km/F}$$

Coefficientes de potencial mútuos:

$$A_{ab} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{AB'}}{d_{AB}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{18.7334}{2} \right) = \\ 0.4021319664132173x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{ac} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{AC'}}{d_{AC}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{19.0394}{3.9446} \right) = \\ 0.2829574136769197x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{bc} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{BC'}}{d_{BC}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{17.0753}{3.4} \right) = \\ 0.2900925556682357x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{ar} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{AR'}}{d_{AR}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{21.4342}{1.8141} \right) = \\ 0.4438768879504780x10^8 \text{ km/F}$$

$$A_{br} = A_{cr} = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{S_{BR'}}{d_{BR}} \right) = 17.975103. 10^6 \ln \left( \frac{19.4412}{3.1344} \right) = \\ 0.3280378568326689x10^8 \text{ km/F}$$

As matrizes de potencial sem cabo para-raios e com cabo para-raios são as seguintes:

$$[A_{sem\ para-raios}] = \\ 10^8 \begin{bmatrix} 1.357308507538349 & 0.4021319664132173 & 0.2829574136769197 \\ 0.4021319664132173 & 1.318780676626714 & 0.2900925556682357 \\ 0.2829574136769197 & 0.2900925556682357 & 1.318780676626714 \end{bmatrix} \text{ km/F}$$

$$[A_{com\ cabo\ para-raio}] \\ = \begin{bmatrix} 1.357308507538349 & 0.4021319664132173 & 0.2829574136769197 & 0.4438768879504780 \\ 0.4021319664132173 & 1.318780676626714 & 0.2900925556682357 & 0.3280378568326689 \\ 0.2829574136769197 & 0.2900925556682357 & 1.318780676626714 & 0.3280378568326689 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 0.4438768879504780 & 0.3280378568326689 & 0.3280378568326689 & 1.516743683457544 \end{bmatrix} 10^8 \text{ km/F}$$

$$[A_{\text{com cabo para-raios reduzida}}] = \begin{bmatrix} 1.2274 & 0.3061 & 0.1870 \\ 0.3061 & 1.2478 & 0.2191 \\ 0.1870 & 0.2191 & 1.2478 \end{bmatrix} 10^8 \text{ km/F}$$

As matrizes de capacitância sem cabo para-raios e com cabo para-raios são:

$$[C_{\text{sem para-raios}}] = 10^{-8} \begin{bmatrix} 0.8302 & -0.2248 & -0.1287 \\ -0.2248 & 0.8577 & -0.1404 \\ -0.1287 & -0.1404 & 0.8168 \end{bmatrix} \text{ F/km}$$

$$[C_{\text{com para-raios}}] = 10^{-8} \begin{bmatrix} 0.8790 & -0.1986 & -0.0968 \\ -0.1986 & 0.8718 & -0.1233 \\ -0.0968 & -0.1233 & 0.8376 \end{bmatrix} \text{ F/km}$$

Matriz de impedâncias com elementos obtidos com a média:

Usando as equações (3.181) e (3.182), temos:

Capacitâncias sem cabo para-raios:

$$C_D = \frac{(0.8302 + 0.8577 + 0.8168)10^{-8}}{3} = 0.8349 \times 10^{-8} \text{ F/km}$$

$$C_M = \frac{(-0.2248 - 0.1287 - 0.1404)10^{-8}}{3} = -0.1646 \times 10^{-8} \text{ F/km}$$

Capacitâncias com cabo para-raios:

$$C_D = \frac{(0.8790 + 0.8718 + 0.8376)10^{-8}}{3} = 0.8628 \times 10^{-8} \text{ F/km}$$

$$C_M = \frac{(-0.1986 - 0.0968 - 0.1233)10^{-8}}{3} = -0.1396 \times 10^{-8} \text{ F/km}$$

Admitâncias de seqüências sem cabo para-raios:

$$[Y_{012}] = j2\pi 60 \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$10^{-8} \begin{bmatrix} 0.8349 & -0.1646 & -0.1646 \\ -0.1646 & 0.8349 & -0.1646 \\ -0.1646 & -0.1646 & 0.8349 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{012}] = \begin{bmatrix} j1.906 & 0 & 0 \\ 0 & j3.768 & 0 \\ 0 & 0 & j3.768 \end{bmatrix} 10^{-6} \text{ S/km}$$

Admitâncias de seqüências com cabo para-raios (CPR):

$$[Y_{012}] = j2\pi60 \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} x$$

$$10^{-8} \begin{bmatrix} 0.8628 & -0.1396 & -0.1396 \\ -0.1396 & 0.8628 & -0.1396 \\ -0.1396 & -0.1396 & 0.8628 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

$$[Y_{012}] = \begin{bmatrix} j2.200 & 0 & 0 \\ 0 & j3.779 & 0 \\ 0 & 0 & j3.779 \end{bmatrix} 10^{-6} \quad S/km$$

Resultados do ATPdraw:

Sequence	Surge impedance magnitude (ohm)	Surge impedance angle (degr.)	Attenuation dB/km	velocity km/sec	Wavelength km	Resistance ohm/km	Reactance ohm/km	Susceptance mho/km
Zero :	8.87486E+02	-7.14194E+00	2.09689E-03	1.95668E+05	3.26115E+03	4.25178E-01	1.67000E+00	2.18792E-06
Positive:	3.49714E+02	-9.23991E+00	1.84242E-03	2.89127E+05	4.81878E+03	1.46435E-01	4.38162E-01	3.77747E-06

A tabela 3.5 mostra uma comparação entre os resultados obtidos para as impedâncias de sequências zero, positiva e negativa.

**Tabela 3.5 – Admitâncias de sequências**

Admitâncias <i>S/km</i>	Sem CPR	Com CPR	ATPdraw LCC
Zero	1.906x10 <sup>-6</sup>	2.200x10 <sup>-6</sup>	2.18792x10 <sup>-6</sup>
Positiva	3.768x10 <sup>-6</sup>	3.779x10 <sup>-6</sup>	3.77747x10 <sup>-6</sup>
Negativa	3.768x10 <sup>-6</sup>	3.779x10 <sup>-6</sup>	3.77747x10 <sup>-6</sup>

A metodologia apresentada com CPR tem pequenas diferenças em relação aos resultados do ATPdraw:  $erro_{admitzero} = 0.55\%$ ;  $erro_{admitpos} = 0.041\%$ . Portanto, os erros são desprezíveis.

## 3.12 Exercícios

**3.12.1** Uma LT trifásica de 60 Hz, da classe 230 kV, tem um circuito duplo com um condutor por fase, como mostrado na figura 3.36, onde estão indicadas as distâncias entre os condutores e as alturas correspondentes em metros. Os cabos condutores simples são do tipo 636 CAA - 26/7 MCM e o cabo

para-raios é de aço galvanizado com 7 fios HS e diâmetro nominal 3/8". A flecha do condutor é de 2.0 m e a flecha do cabo para-raios é de 1.5 m. A resistividade de solo é de  $\rho=439 \Omega\text{-m}$  e a temperatura é de 50 °C.

Calcule as impedâncias de sequência positiva, negativa e nula usando o método completo de Carson e a rotina LCC do ATPdraw.

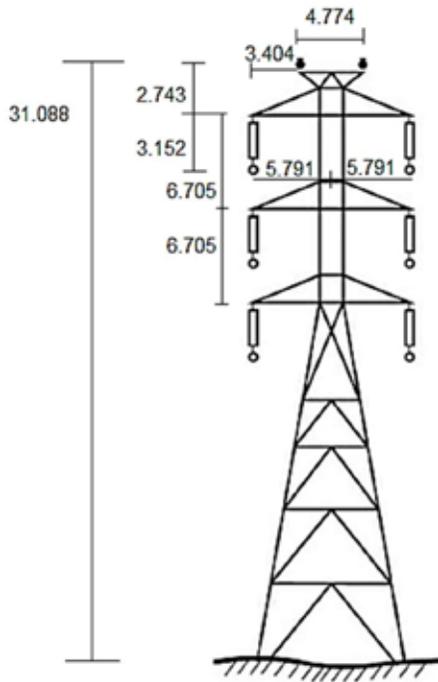


Figura 3.36 - Torre com circuito duplo

Respostas:  $Z_0 = 0.275106 + j1.72000 \Omega/km$ ;  $Z_+ = 0.101171 + j0.505599 \Omega/km$ ;  $Z_- = Z_+$ .

**3.12.2** Calcule as susceptâncias de sequência zero, positiva e negativa para a linha do exemplo 3.12.1.

Respostas:  $Y_0 = 2.22696 \mu\text{mho}/\text{km}$ ;  $Y_+ = 3.28860 \mu\text{mho}/\text{km}$ ;  $Y_- = Y_+$ .

**3.12.3** Uma LT trifásica de 60 Hz, da classe 500 kV, tem um circuito simples horizontal com quatro condutores por fase espaçados de 46 cm, como mostrado na figura 3.37, onde estão indicadas as distâncias entre os condutores e as alturas correspondentes em metros. Os cabos condutores simples são do tipo 636 CAA - 26/7 MCM e o cabo para-raios é de aço galvanizado com 7 fios EHS e diâmetro nominal 3/8". A flecha do condutor é de 2.0 m e a flecha do cabo para-raios é de 1.5 m. A resistividade de solo é de  $\rho=1500 \Omega\text{-m}$  e a temperatura é de  $50^\circ\text{C}$ .

Calcule as impedâncias de sequência positiva, negativa e nula usando o método completo de Carson e a rotina LCC do ATPdraw.

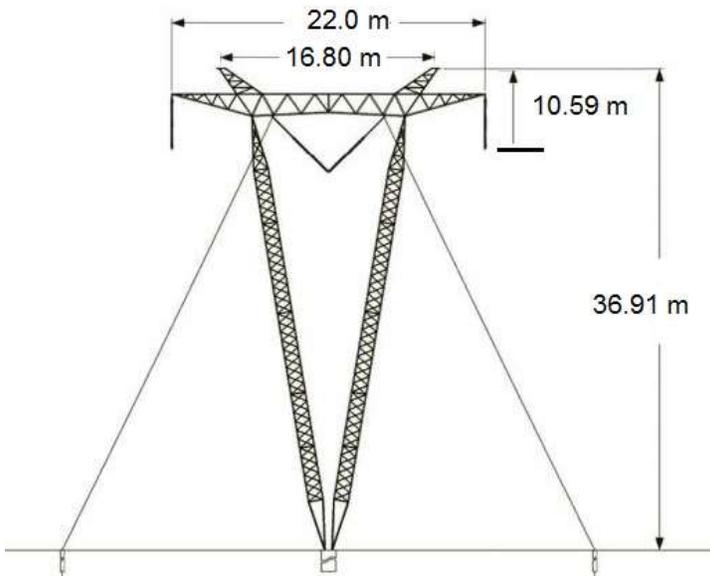


Figura 3.37 - Torre com estrutura estaiada

Respostas:  $Z_0 = 0.200020 + j1.56228 \Omega/km$ ;  $Z_+ = 0.0253086 + j0.32173 \Omega/km$ ;  $Z_- = Z_+$ .

**3.12.4** Calcule as susceptâncias de sequência zero, positiva e negativa para a linha do exemplo 3.12.3.

Respostas:  $Y_0 = 2.95202 \mu mho/km$ ;  $Y_+ = 5.10769 \mu mho/km$ ;  $Y_- = Y_+$ .

**3.12.5** Em linhas de transmissão de energia elétrica, com tensões elevadas da ordem de 500 KV, a reatância série aproximada é:

- A. Igual à resistência série.
- B. 10 a 20 vezes menor que a resistência série.
- C. O dobro da resistência série.
- D. 20 a 30 vezes maior que a resistência série.
- E. A metade da resistência série.

Resposta: letra D.

**3.12.6** A distância média geométrica é uma grandeza utilizada em estudos de:

- A. Máquinas síncronas.
- B. Linhas de transmissão.
- C. Máquinas assíncronas.
- D. Máquinas de corrente contínua.
- E. Transformadores.

Resposta: letra B.

**3.12.7** O efeito pelicular ocorre em linhas de transmissão. O mesmo:

- A. Ocorre quando o condutor é percorrido por uma corrente contínua.
- B. Ocorre em sistemas mal-aterrados.
- C. Ocorre em linhas com descasamento de impedância.
- D. Ocorre quando o condutor é percorrido por uma corrente alternada.

Resposta: letra D.

**3.12.8** A capacitância fase-terra de uma linha de transmissão trifásica transposta é igual à:

- A. Capacitância de sequência positiva do circuito.
- B. Capacitância de sequência zero do circuito.
- C. Soma das capacitâncias de sequência positiva e zero.
- D. Diferença entre as capacitâncias de sequência positiva e zero.
- E. Média entre as capacitâncias de sequência positiva e zero.

Resposta: letra B.

**3.12.9** Para uma dada linha de transmissão, a matriz de impedância por unidade de comprimento para um trecho da linha de transmissão é dada por:

$$j \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.2 \\ 0.25 & 0.6 & 0.15 \\ 0.2 & 0.15 & 0.55 \end{bmatrix} \Omega/km$$

As impedâncias de sequência positiva e zero ( $\Omega/km$ ) são dadas, respectivamente, por:

- A.  $j0,95$  e  $j0,35$ .

- B.  $j0,35$  e  $j0,95$ .
- C.  $j0,55$  e  $j0,35$ .
- D.  $j0,55$  e  $j0,2$ .
- E.  $j0,35$  e  $j0,2$ .

Resposta: letra D.

**3.12.10** Uma linha de transmissão de 120 km de extensão possui impedância em série própria igual a  $0,02 + j0,05$  [ $\Omega/\text{km}$ ] e impedância mútua entre as fases de  $j0,02$  [ $\Omega/\text{km}$ ]. A impedância de sequência direta para essa linha, em ohms, é:

- A.  $2,4 + j3,6$ .
- B.  $2,4 + j6,0$ .
- C.  $1,2 + j3,6$ .
- D.  $1,2 + j6,0$ .
- E.  $1,2 + j8,4$ .

Resposta: letra A.



# OPERAÇÃO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO EM REGIME PERMANENTE

## 4.1 Introdução

Para o cálculo de tensões e correntes, no início e no final das LTs, em regime permanente, é necessário o desenvolvimento de modelos que representem as LTs. Esses modelos são obtidos para linhas de transmissão curtas, médias e longas.

## 4.2 Equações Gerais para Linhas de Transmissão

As equações gerais de uma LT são desenvolvidas utilizando um circuito de parâmetros distribuídos.

### 4.2.1 Circuito de parâmetros distribuídos

Um circuito de parâmetros distribuídos é um circuito de comprimento finito, no qual qualquer elemento constituinte, por menor que seja, origina uma variação de tensão no sentido longitudinal e uma derivação de corrente no sentido transversal. A figura 4.1 representa esse circuito.

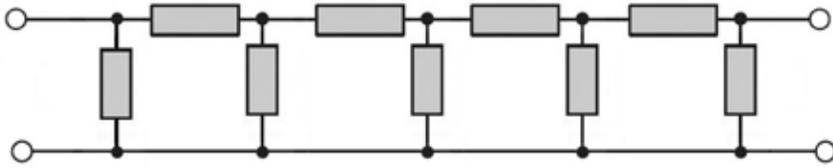


Figura 4.1 - Circuito com parâmetros distribuídos

Na prática, todos os circuitos reais são de parâmetros distribuídos. Mas é possível desprezar a derivação transversal de corrente, devido ao valor da corrente que atravessa os elementos longitudinais, ou a variação da tensão longitudinal, devido à diferença de potencial existente entre os condutores do circuito. No primeiro caso, a corrente que atravessa os elementos longitudinais do circuito é a mesma, sendo possível substituir esses elementos por um elemento equivalente, como mostrado na figura 4.2.



Figura 4.2 - Elementos longitudinais reduzidos

No segundo caso, a simplificação permite considerar que todos os elementos constituintes do circuito se encontram em paralelo, submetidos à mesma tensão, podendo ser substituídos por um único elemento equivalente, como mostrado na figura 4.3.

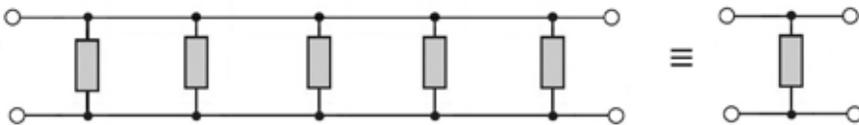


Figura 4.3 - Elementos transversais reduzidos

Nos dois casos, os circuitos são chamados de circuitos de parâmetros concentrados.

#### 4.2.2 Equações gerais de propagação de uma LT

Os parâmetros distribuídos de uma LT são a resistência  $R$  ( $\Omega/km$ ), a indutância  $L$  ( $H/km$ ), a condutância ( $S/km$ ) e a capacitância ( $F/km$ ).

Consideremos um elemento infinitesimal de uma LT de comprimento  $\Delta x$ , como mostrado na figura 4.4.

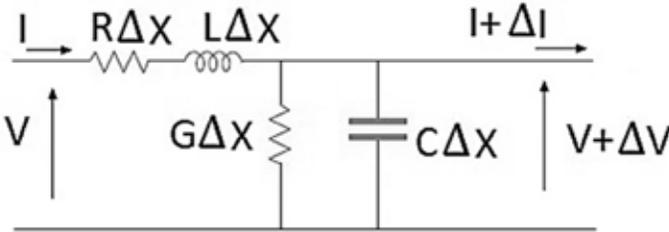


Figura 4.4 - Circuito infinitesimal de LT

As grandezas instantâneas de tensão e corrente são funções da distância e do tempo, ou seja:

$$i = i(t, x) \quad (4.1)$$

$$\Rightarrow v = v(t, x) \quad (4.2)$$

Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff ao circuito da figura 4.4 e usando derivada parcial devido a termos a tensão em função de duas variáveis, vem:

$$v = (R\Delta x)i + (L\Delta x)\frac{\partial i}{\partial t} + v + \Delta v \quad (4.3)$$

Isolando  $\Delta v$ , vem:

$$\Delta v = -(R\Delta x)i - (L\Delta x)\frac{\partial i}{\partial t} \quad (4.4)$$

Aplicando a lei das correntes de Kirchhoff ao circuito da figura 4.4, temos:

$$i = (G\Delta x)(v + \Delta v) + (C\Delta x)\frac{\partial (v + \Delta v)}{\partial t} + i + \Delta i \quad (4.5)$$

Isolando  $\Delta i$ , vem:

$$\Delta i = -(G\Delta x)(v + \Delta v) - (C\Delta x) \frac{\partial(v+\Delta v)}{\partial t} \quad (4.6)$$

Substituindo o valor de  $\Delta v$  dado na equação (4.4), vem:

$$\Delta i = -(G\Delta x)v + (G\Delta x^2) \left( Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) - (C\Delta x) \frac{\partial v}{\partial t} + (C\Delta x^2) \left( Ri \frac{\partial i}{\partial t} + L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \right) \quad (4.7)$$

As equações (4.4) e (4.7) são divididas por  $\Delta x$  e depois é feito o limite quando  $\Delta x \rightarrow 0$ . Logo, da equação (4.4), temos:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta v}{\Delta x} \right) = -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (4.9)$$

E da equação (4.7), vem:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta i}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} - (Gv) + (G\Delta x) \left( Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) - C \frac{\partial v}{\partial t} + (C\Delta x) \left( Ri \frac{\partial i}{\partial t} + L \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \right) \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -(Gv) - C \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.11)$$

As equações fundamentais de propagação são então as equações (4.9) e (4.11).

As equações dos telegrafistas são obtidas derivando mais uma vez as equações (4.9) e (4.11).

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -R \frac{\partial i}{\partial x} - L \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial i}{\partial x} \right) \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = -G \frac{\partial v}{\partial x} - C \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.13)$$

Substituindo (4.11) em (4.12) e (4.9) em (4.13), temos:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= -R \left[ -(Gv) - C \frac{\partial v}{\partial t} \right] - L \frac{\partial}{\partial t} \left[ -(Gv) - C \frac{\partial v}{\partial t} \right] = \\ &= RGv + (RC + LG) \frac{\partial v}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (4.14)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} &= -G \left[ -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \right] - C \frac{\partial}{\partial t} \left[ -Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \right] = \\ &= RGi + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}\end{aligned}\quad (4.15)$$

O sistema de equações diferenciais (4.14) e (4.15) é geral para uma linha de transmissão de parâmetros distribuídos.

### 4.3 Equações da LT em Regime Permanente

A solução das equações (4.14) e (4.15), no domínio da frequência (a dependência com o tempo é implícita), toma a forma de equações diferenciais ordinárias. Seja o diagrama esquemático da LT da figura 4.5.

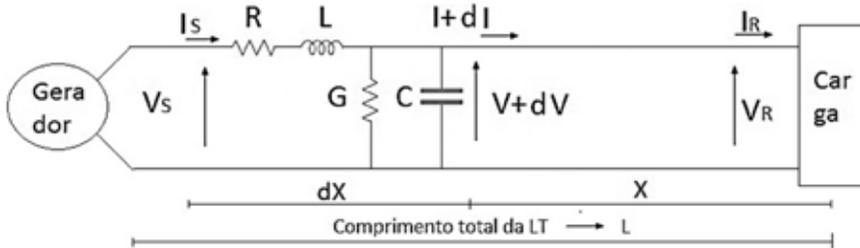


Figura 4.5 - Diagrama esquemático da LT

A direção em que  $x$  cresce não é importante, pois a variável  $x$  é eliminada durante a solução das equações, quando  $V_S$  e  $I_S$  são expressos em termos de  $V_R$  e  $I_R$ .

Consideremos os fasores:

$$\mathbf{V} = V e^{j\omega t} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{I} = I e^{j\omega t + \theta} \quad (4.17)$$

cujas derivadas são:

$$\frac{dV}{dt} = V(e^{j\omega t})j\omega = Vj\omega \quad (4.18)$$

$$\frac{dI}{dt} = I(e^{j\omega t})j\omega = Ij\omega \quad (4.19)$$

$$\frac{d^2V}{dt^2} = V(e^{j\omega t})(j\omega)^2 = V(j\omega)^2 \quad (4.20)$$

$$\frac{d^2I}{dt^2} = I(e^{j\omega t+\theta})(j\omega)^2 = I(j\omega)^2 \quad (4.21)$$

As equações diferenciais são:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = RGV + (RC + LG) \frac{dV}{dt} + LC \frac{d^2V}{dt^2} \quad (4.22)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = RGI + (RC + LG) \frac{dI}{dt} + LC \frac{d^2I}{dt^2} \quad (4.23)$$

Substituindo as equações (4.18) e (4.20) na equação (4.22) e as equações (4.19) e (4.21) na equação (4.23), vem:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = RGV + (RC + LG)Vj\omega + LC V(j\omega)^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C)V = zyV \quad (4.24)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = RGI + (RC + LG)Ij\omega + LC I(j\omega)^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C)I = zyI \quad (4.25)$$

As soluções das equações diferenciais devem ser expressões que diferenciadas duas vezes com relação a  $x$  deem como resultado a expressão original multiplicada por  $zy$ . Isso

sugere uma forma exponencial de solução. Suponha que a solução da equação (4.24) seja:

$$V(x) = A_1 e^{x\sqrt{zy}} + A_2 e^{-x\sqrt{zy}} \quad (4.26)$$

Quando se calcula a segunda derivada em relação a  $x$ , obtém-se:

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = zy(A_1 e^{x\sqrt{zy}} + A_2 e^{-x\sqrt{zy}}) \quad (4.27)$$

Portanto, a equação (4.26) é a solução da equação (4.24).

A equação (4.9) no domínio da frequência pode ser escrita como:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -RI - L \frac{dI}{dt} \quad (4.28)$$

Mas da equação (4.19), com  $x$  crescendo da carga para o gerador, vem:

$$\frac{dV(x)}{dx} = RI + LI(x)j\omega = I(x)(R + j\omega L) = zI(x) \quad (4.29)$$

Derivando a equação (4.26), temos:

$$\frac{dV(x)}{dx} = \sqrt{ZY}A_1 e^{x\sqrt{zy}} - \sqrt{ZY}A_2 e^{-x\sqrt{zy}} \quad (4.30)$$

Igualando as equações (4.29) e (4.30), vem:

$$zI(x) = \sqrt{ZY}A_1 e^{x\sqrt{zy}} - \sqrt{ZY}A_2 e^{-x\sqrt{zy}} \quad (4.31)$$

Portanto,

$$I(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} A_1 e^{x\sqrt{ZY}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} A_2 e^{-x\sqrt{ZY}} \quad (4.32)$$

Para calcular  $A_1$  e  $A_2$ , fazemos  $x = 0 \rightarrow V(x) = V_R$  e  $I(x) = I_R$  nas equações (4.26) e (4.32). Logo,

$$V_R = A_1 + A_2 \quad (4.33)$$

$$I_R = \frac{A_1 - A_2}{\sqrt{\frac{Z}{Y}}} \quad (4.34)$$

Resolvendo o sistema de equações (4.33) e (4.34), temos:

$$A_1 = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} \quad (4.35)$$

$$A_2 = \frac{V_R - I_R Z_C}{2} \quad (4.36)$$

Onde  $Z_C$  é chamada de impedância característica da linha (ICL).

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (\Omega) \quad (4.37)$$

Substituindo as equações (4.35) e (4.36) em (4.26) e (4.32) e fazendo:

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \quad (1/m) \quad (4.38)$$

Onde  $\gamma$  é chamada constante de propagação (CP), a parte real da constante de propagação  $\alpha$  recebe o nome de constante de atenuação e a parte imaginária  $\beta$  é chamada de fase.

Temos:

$$V(x) = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{x\gamma} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-x\gamma} \quad (4.39)$$

$$I(x) = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{x\gamma} - \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-x} \quad (4.40)$$

Assim, sendo conhecidos os parâmetros da linha, a tensão e a corrente no receptor da linha, as equações (4.39) e (4.40) calculam os valores eficazes de tensão e corrente em módulo e ângulo, em qualquer ponto específico da linha, a uma distância  $x$  desde o receptor até o ponto específico.

O primeiro termo da equação (4.39)  $\frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{x\alpha} e^{xj\beta}$  cresce em módulo e avança em fase conforme a distância aumenta a partir do extremo receptor. Quando consideramos a distância aumentando a partir do extremo emissor, o mesmo termo diminui em módulo e atrasa em fase. Essa característica é de uma onda viajante. O primeiro termo chama-se tensão incidente. O segundo termo da equação (4.39)  $\frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-x\alpha} e^{-xj\beta}$  diminui em módulo e atrasa em fase conforme a distância aumenta a partir do extremo receptor e é chamado de tensão refletida. Similarmente, a equação de corrente tem os termos de corrente incidente  $\frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{x\alpha} e^{xj\beta}$  e corrente refletida  $-\frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{x\alpha} e^{xj\beta}$ .

As equações de tensão e corrente no início da LT são:

$$V_S = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{l\gamma} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-l\gamma} \quad (4.41)$$

$$I_S = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{l\gamma} - \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-l\gamma} \quad (4.42)$$

### 4.3.1 Análise da ICL e da CP

A impedância característica é independente do comprimento da LT, pois a impedância e a admitância são valores por unidade de comprimento.

Como:

$$Z = R + jwL = |Z| \angle \varphi_z = \sqrt{R^2 + (wL)^2} \angle \arctg \frac{wL}{R} \quad (4.43)$$

E

$$Y = G + jwC = |Y| \angle \varphi_y = \sqrt{G^2 + (wC)^2} \angle \arctg \frac{wC}{G} \quad (4.44)$$

Vem:

$$Z_C = |Z_C| \angle \varphi_C = \sqrt{\frac{R^2 + (wL)^2}{G^2 + (wC)^2}} \angle (\varphi_z - \varphi_y)/2 \quad (4.45)$$

O módulo e a fase da impedância característica são caracterizados por apresentarem valores típicos. Em operação equilibrada, as linhas aéreas trifásicas apresentam módulo da impedância característica no intervalo de 250  $\Omega$  a 450  $\Omega$ .

O valor do ângulo  $\varphi_C$  é sempre pequeno e negativo, pois  $\varphi_y$  é muito próximo de  $\pi/2$ , já que  $G$  quase sempre é desprezível em relação a  $wC$ . Assim, podemos aproximar o ângulo  $\varphi_C$  como:

$$\varphi_C = -\frac{(\frac{\pi}{2} - \varphi_z)}{2} \quad (4.46)$$

Para cabos subterrâneos, a proximidade dos condutores faz  $L$  diminuir e  $C$  aumentar e a existência de um dielétrico

sólido no cabo faz aumentar, ainda mais, o parâmetro  $C$ . Os valores típicos da impedância característica, nesse caso, variam de  $30 \Omega$  a  $60 \Omega$ .

A constante de propagação, em termos dos parâmetros da linha, é dada por:

$$\gamma = \sqrt{zy} = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = |\gamma| \angle \theta_\gamma \quad (4.47)$$

Portanto,

$$\gamma = \sqrt[4]{(R^2 + (\omega L)^2)(G^2 + (\omega C)^2)} \angle (\varphi_z + \varphi_y)/2 \quad (4.48)$$

Podemos escrever  $\alpha$  e  $\beta$  como:

$$\alpha = \gamma \cos \theta_\gamma \quad (4.49)$$

$$\beta = \gamma \sin \theta_\gamma \quad (4.50)$$

Para o cálculo dos valores típicos, devemos calcular  $\alpha$  e  $\beta$  em função dos parâmetros da linha.

De (4.47), temos:

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = \alpha^2 + j2\alpha\beta + (j\beta)^2 = (R + j\omega L)(G + j\omega C) = RG + j\omega RC = j\omega LG - \omega^2 LC \quad (4.51)$$

Igualando as partes reais e imaginárias, vem:

$$\alpha^2 - \beta^2 = RG - \omega^2 LC \quad (4.52)$$

De (4.49) e (4.50):

$$\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2 \quad (4.53)$$

Resolvendo o sistema de equações (4.52) e (4.53), encontramos os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .

$$\alpha = \sqrt{\frac{\gamma^2}{2} + \frac{RG - w^2 LC}{2}} \quad (4.54)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{2} - \frac{RG - w^2 LC}{2}} \quad (4.55)$$

Considerando o valor de  $|\gamma| = \sqrt[4]{(R^2 + (wL)^2)(G^2 + (wC)^2)}$  da equação (4.48) e considerando a condutância desprezível, temos:

$$\gamma^2 = wc\sqrt{R^2 + (wL)^2} = w^2 LC \sqrt{1 + \frac{R^2}{(wL)^2}} \quad (4.56)$$

Lembrando que uma série binomial é da forma:

$$(1 + x)^k = 1 + kx + \frac{k(k-1)}{2!} x^2 + \dots + \frac{k(k-1)\dots(k-n+1)}{n!} x^n + \dots \quad (4.57)$$

Onde  $|x| < 1$ , para todo número real  $k$ .

Portanto, como em linhas de transmissão  $\frac{R}{wl} < 1$ , o termo da raiz quadrada pode ser desenvolvido em uma série binomial.

$$\left(1 + \frac{R^2}{(wL)^2}\right)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2} \frac{R^2}{(wL)^2} + \dots \quad (4.58)$$

Desprezando os termos da série maiores do que o segundo, a equação (4.56) pode ser escrita como:

$$\gamma^2 = w^2 LC \left(1 + \frac{R^2}{2(wL)^2}\right) = w^2 LC + \frac{CR^2}{2L} \quad (4.59)$$

Substituindo o valor de  $\gamma^2$  em (4.54) e (4.55) e desprezando  $G$ , resulta em:

$$\alpha \cong \sqrt{\frac{R^2 C}{4L} + \frac{w^2 LC}{2} - \frac{w^2 LC}{2}} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \cong \frac{R}{2Z_C} \quad \left(\frac{\text{nepers}}{\text{m}}\right) \quad (4.60)$$

$$\beta \cong \sqrt{\frac{w^2 LC}{2} + \frac{w^2 LC}{2}} = w\sqrt{LC} \quad (\text{rad/m}) \quad (4.61)$$

Da equação (4.61), podemos determinar a velocidade de propagação das ondas e o comprimento de onda como:

$$V_0 = \lambda f = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{w}{\beta} \quad \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \quad (4.62)$$

Onde:  $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$  (m) é o comprimento de onda, que é a distância requerida para mudar a fase de tensão ou corrente por  $2\pi$  radianos.

A velocidade de propagação teórica de uma linha aérea vale 300.000 km/s.

Em linhas aéreas, como  $250 < Z_C < 450$ :

$$\frac{R}{2 \times 450} < \alpha < \frac{R}{2 \times 25} \quad (4.63)$$

E

$$\beta = \frac{2\pi 60}{300000} = 1.26 \times 10^{-3} \quad \left(\frac{1}{\text{km}}\right) \quad (4.64)$$

Para cabos subterrâneos:

$$\frac{R}{2 \times 6} < \alpha < \frac{R}{2 \times 3} \quad (4.65)$$

E

$$V_0 = \frac{300000}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{300000}{\sqrt{3.6}} \cong 157000 \quad \left(\frac{\text{km}}{\text{s}}\right) \quad (4.66)$$

Onde:  $\varepsilon$  é a permissividade absoluta do dielétrico utilizado no cabo (para papel impregnado  $\varepsilon \cong 3.6$ ).

Portanto:

$$\beta = \frac{2\pi 60}{157000} \cong 2.4 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{km}\right) \quad (4.67)$$

### Exemplo 4.1

Uma linha de transmissão de energia de 500 kV, 60 Hz, com 294.84 km, tem os seguintes parâmetros:

$$R = 0.025 \frac{\Omega}{km}$$

$$L = 0.854 \text{ mH/km}$$

$$C = 13.65 \text{ nF/km}$$

$$G = 0.0375 \text{ } \mu\text{S/km}$$

A LT atende uma carga de 550 MW com fator de potência de 0.85 indutivo. Calcule a impedância característica, a constante de propagação, a constante de atenuação, a constante de fase, a velocidade de propagação, o comprimento de onda, a tensão e a corrente na barra emissora.

#### Solução:

Cálculo da impedância da LT:

$$\begin{aligned} Z &= R + j\omega L = (0.025 + j377 \times 0.854 \times 10^{-3}) = 0.3229 \angle 85.5598^\circ \frac{\Omega}{km} = \\ &= 7.371 + j94.9261 \Omega = 95.2118 \angle 85.5598^\circ \Omega \end{aligned}$$

Cálculo da admitância da LT:

$$\begin{aligned} Y &= G + j\omega C = (0.0375 \times 10^{-6} + j377 \times 0.01365 \times 10^{-6}) \\ &= 0.0000 + j5.1553 \times 10^{-6} \text{ S/km} = 0.00152 \angle 90^\circ \text{ S} \end{aligned}$$

Cálculo da impedância característica:

$$\begin{aligned} Z_c &= \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{95.2118 \angle 85.5598^\circ}{0.00152 \angle 90^\circ}} = 250.0906 - j9.6954 \\ &= 250.2785 \angle -2.2201^\circ \Omega \end{aligned}$$

Cálculo das constantes de propagação, atenuação e fase:

$$\begin{aligned} \gamma &= \alpha + j\beta = \sqrt{zy} = \sqrt{(0.3229 \angle 85.5598^\circ)(j5.1553 \times 10^{-6})} \\ &= 1.2902 \times 10^{-3} \angle 87.7799^\circ \\ &= 0.04998 \times 10^{-3} + j1.2892 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{km}\right) \end{aligned}$$

$$\gamma l = 0.3804 \angle 87.7799^\circ = 0.0147 + j0.3801 \text{ pu}$$

Cálculo da velocidade e do comprimento de onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{1.2892 \times 10^{-3}} = 4873.7087 \text{ km}$$

$$V_0 = \lambda f = 4873.7087 \times 60 = 292422.522 \text{ km/s}$$

Cálculo da tensão e corrente na barra emissora:

$$V_R = \frac{500}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 288675.1346 \text{ V}$$

$$I_R = \frac{550 \times 10^6}{500 \times 10^3 \sqrt{3} \times 0.85} \angle 0^\circ - \arccos 0.85 = 635.0855 - j393.5902$$

$$= 747.1592 \angle -31.7883^\circ \text{ A}$$

$$V_S = V(l) = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{\gamma l} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-\gamma l}$$

$$= \frac{288675.1346 + (250.0906 - j9.6954)(635.0855 - j393.5902)}{2} e^{(0.0147 + j0.3801)}$$

$$+ \frac{288675.1346 - (250.0906 - j9.6954)(635.0855 - j393.5902)}{2} e^{-(0.0147 + j0.3801)}$$

$$= 309025.480643 + j57664.7278 = 314359.6166 \angle 10.5699^\circ \text{ V}$$

A tensão de linha é calculada como:

$$V_{SLL} = 314359.6166 \sqrt{3} \angle 10.5699^\circ = 544486.8278 \angle 10.5699^\circ \text{ V}$$

$$I_S = I(l) = \frac{\frac{V_R}{Z_C} + I_R}{2} e^{\gamma l} - \frac{\frac{V_R}{Z_C} - I_R}{2} e^{-\gamma l}$$

$$= \frac{\left( \left( \frac{288675.1346}{(250.0906 - j9.6954)} \right) + (635.0855 - j393.5902) \right)}{2} e^{(0.0147 + j0.3801)}$$

$$- \frac{\left( \left( \frac{288675.1346}{(250.0906 - j9.6954)} \right) - (635.0855 - j393.5902) \right)}{2} e^{-(0.0147 + j0.3801)}$$

$$= 591.1229 + j66.1932 = 594.8175 \angle 6.3893^\circ \text{ A}$$

### 4.3.2 Variação de parâmetros de propagação com a frequência

Os parâmetros característicos de propagação, quais sejam: impedância característica, constante de propagação, constante de atenuação, constante de fase e velocidade de propagação da onda, são funções da frequência. A análise

desses parâmetros com a frequência é relevante para o estudo de linhas em regime transitório.

De acordo com a equação (4.45) e desprezando a condutância  $G$ , o módulo da impedância característica em função da frequência é dada pela equação (4.68).

$$|Z_C| = \sqrt{\left(\frac{R^2}{(2\pi f)^2 + L^2} + C^2\right)} \quad (4.68)$$

Portanto, podemos concluir que a impedância característica decresce lentamente com a frequência.

Da equação (4.60)  $\alpha \cong \frac{R}{2Z_C}$ , podemos concluir que a constante de atenuação aumenta lentamente com a frequência.

Da equação (4.61)  $\beta \cong w\sqrt{LC}$ , podemos concluir que a constante de fase varia de maneira quase linear com a frequência.

A velocidade de propagação em função dos parâmetros da linha e da frequência é desenvolvida a seguir.

Como:  $V_o = \frac{w}{\beta}$  e beta é dada pela equação (4.55),  $\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{2} - \frac{RG - w^2 LC}{2}}$ , então:

$$V_o = \frac{w}{\sqrt{\frac{\gamma^2}{2} - \frac{RG - w^2 LC}{2}}} \quad (4.69)$$

Utilizando a equação (4.59) e desprezando os termos com  $G$ , temos:

$$V_o = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{\frac{R^2}{(2\pi f)^2 + L^2}}\right)C + LC}} \quad (4.70)$$

Podemos concluir que a velocidade de propagação varia ligeiramente com a frequência e tende para o valor  $1/\sqrt{LC'}$  quando  $f \rightarrow \infty$ .

#### 4.4 Forma Hiperbólica das Equações da LT

Uma forma mais conveniente de expressar as equações (4.39) e (4.40), para o cálculo de tensões e correntes em uma LT, é expressa usando as funções seno e cosseno hiperbólicos. Essas funções, na forma exponencial, são dadas por:

$$\sinh(\gamma l) = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \quad (4.71)$$

$$\cosh(\gamma l) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \quad (4.72)$$

Com:

$$\sinh(ax + j\beta x) = \sinh(ax) \cos(\beta x) + j \cosh(ax) \sin(\beta x) \quad (4.73)$$

$$\cosh(ax + j\beta x) = \cosh(ax) \cos(\beta x) + j \sinh(ax) \sin(\beta x) \quad (4.74)$$

Da equação (4.39), vem:

$$V(x) = \frac{V_R(e^{x\gamma} + e^{-x\gamma})}{2} + \frac{I_R Z_C(e^{x\gamma} - e^{-x\gamma})}{2} = V_R \cosh(\gamma x) + I_R Z_C \sinh(\gamma x) \quad (4.75)$$

Da equação (4.40), temos:

$$I(x) = \frac{\frac{V_R}{Z_C} + I_R}{2} e^{x\gamma} - \frac{\frac{V_R}{Z_C} - I_R}{2} e^{-x\gamma} = \frac{I_R(e^{x\gamma} + e^{-x\gamma})}{2} + \frac{V_R(e^{x\gamma} - e^{-x\gamma})}{Z_C \cdot 2} = I_R \cosh(\gamma x) + \frac{V_R}{Z_C} \sinh(\gamma x) \quad (4.76)$$

Quando  $x = l$ , a tensão e a corrente na barra emissora são dadas por:

$$V_S = V_R \cosh(\gamma l) + I_R Z_C \sinh(\gamma l) \quad (4.77)$$

$$I_S = I_R \cosh(\gamma l) + \frac{V_R}{Z_C} \sinh(\gamma l) \quad (4.78)$$

## 4.5 Quadripolos Passivos

Um circuito ou um elemento de circuito que tem “n” terminais livres recebe o nome de multipolo. Um caso particular é quando os terminais se agrupam por pares, em cada um dos quais se verifica, separadamente, a primeira lei de Kirchhoff. Então, cada par de terminais é chamado de porta e o multipolo recebe o nome de multiporta.

Um quadripolo passivo não tem fontes dependentes ou independentes.

Aplicando o teorema da superposição no circuito da figura 4.6, temos:

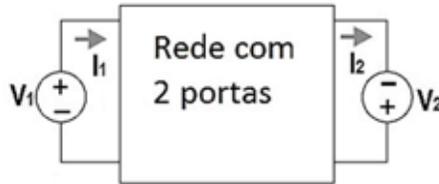


Figura 4.6 - Quadripolo passivo

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \quad (4.79)$$

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \quad (4.80)$$

Ou:

$$V_1 = AI_1 + BI_2 \quad (4.81)$$

$$V_2 = CI_1 + DI_2 \quad (4.82)$$

Colocando as equações (4.81) e (4.82) na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

Onde:

$$A = \frac{V_1}{I_1} \{para I_2 = 0\} \quad (4.84)$$

A é a impedância de entrada com a saída em circuito aberto.

$$B = \frac{V_2}{I_1} \{para I_2 = 0\} \quad (4.85)$$

B é a impedância de transferência direta em circuito aberto.

$$C = \frac{V_1}{I_2} \{para I_1 = 0\} \quad (4.86)$$

C é a impedância de transferência inversa em circuito aberto.

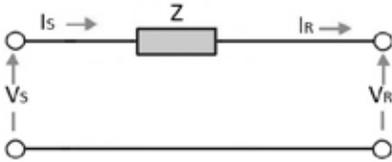
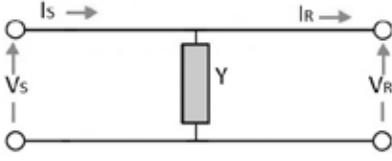
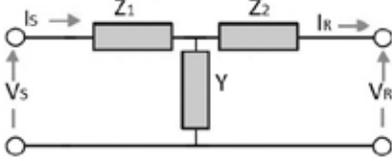
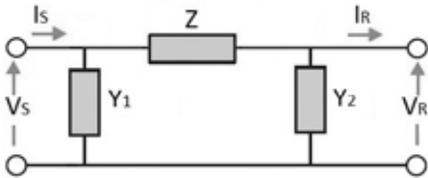
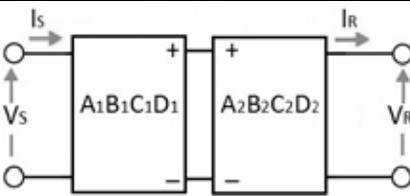
$$D = \frac{V_2}{I_2} \{para I_1 = 0\} \quad (4.87)$$

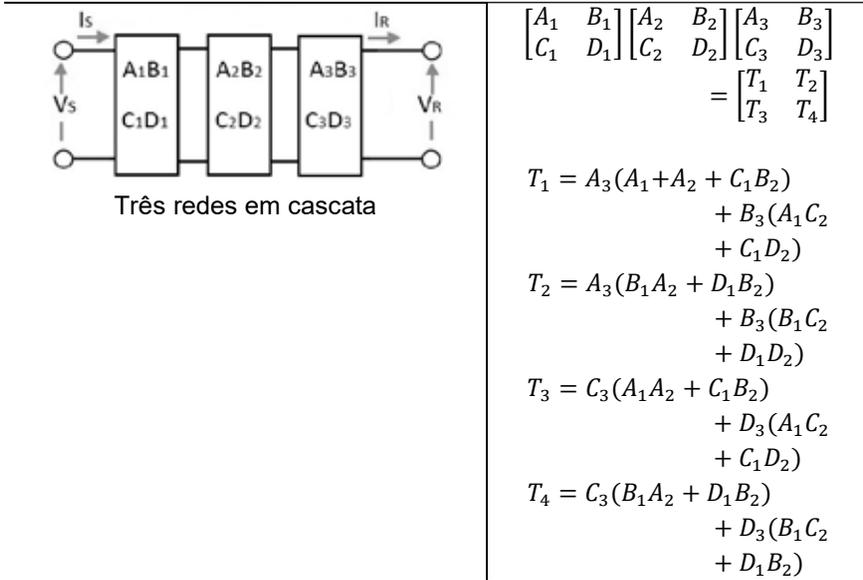
D é a impedância de saída em circuito aberto.

#### 4.5.1 Associação de quadripolos

Na prática, é comum um circuito dividir-se em vários blocos interligados entre si. Dessa forma, facilita-se o estudo de cada uma das partes constituintes do circuito e do conjunto. Na tabela 4.1, são apresentados quadripolos de circuitos comuns e as formas de conexão de dois ou mais quadripolos com as equações correspondentes.

**Tabela 4.1 – Associação de quadripolos**

Circuito	Matriz ABCD
 <p>Impedância série</p>	$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
 <p>Admitância shunt</p>	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$
 <p>Circuito T</p>	$\begin{bmatrix} 1 + YZ_1 & Z_1 + Z_2 + YZ_1Z_2 \\ Y & 1 + YZ_2 \end{bmatrix}$
 <p>Circuito <math>\pi</math></p>	$\begin{bmatrix} 1 + Y_2Z & Z \\ Y_1 + Y_2 + Y_1Y_2Z & 1 + Y_1Z \end{bmatrix}$
 <p>Redes em série</p>	$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} A_1A_2 + B_1C_2 & A_1B_2 + B_1D_2 \\ C_1A_2 + D_1C_2 & C_1B_2 + D_1D_2 \end{bmatrix}$



As equações (4.77) e (4.78) podem ser escritas em termos das constantes ABCD, como a seguir:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Onde:

$$A = \cosh(\gamma l) \quad (4.89)$$

$$B = Z_C \sinh(\gamma l) \quad (4.90)$$

$$C = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) \quad (4.91)$$

$$D = \cosh(\gamma l) \quad (4.92)$$

Observamos que  $A = D$  e  $AD - BC = 1$ .

As funções hiperbólicas podem ser representadas em série de Maclaurin. Fazendo  $\gamma = \sqrt{zy}$ , temos:

$$\sinh(\gamma l) = l\sqrt{zy} + \frac{(l\sqrt{zy})^3}{3!} + \frac{(l\sqrt{zy})^5}{5!} + \dots + \frac{(l\sqrt{zy})^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \quad (4.93)$$

$$\cosh(\gamma l) = 1 + \frac{(l\sqrt{ZY})^2}{2!} + \frac{(l\sqrt{ZY})^4}{4!} + \dots + \frac{(l\sqrt{ZY})^{2n}}{(2n)!} + \dots \quad (4.94)$$

## 4.6 Linhas Curtas

Considerando somente o primeiro termo de cada série nas equações (4.93) e (4.94), temos:

$$\sinh(\gamma l) = l\sqrt{ZY} = \sqrt{ZY} \quad (4.95)$$

Onde:

$$Z = zl \quad e \quad Y = yl$$

E

$$\cosh(\gamma l) = 1 \quad (4.96)$$

Substituindo as equações (4.95) e (4.96) nas equações (4.77) e (4.78), vem:

Equação de tensão:

$$V_S = V_R x 1 + I_R Z_C \sqrt{ZY} = V_R + I_R \sqrt{\frac{Z}{Y}} (\sqrt{ZY}) = V_R + I_R Z \quad (4.97)$$

Equação de corrente:

$$I_S = I_R x 1 + \frac{V_R \sqrt{ZY}}{Z_C} = I_R + Y V_R \quad (4.98)$$

Desprezando a condutância e a capacitância, temos:

$$I_S = I_R \quad (4.99)$$

As equações (4.97) e (4.98) representam um modelo matemático de um circuito série, como mostrado na figura 4.7.

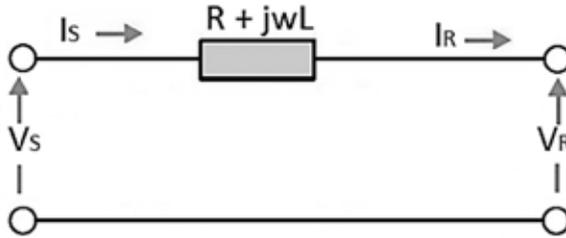


Figura 4.7 - Circuito equivalente de uma linha curta

As equações de tensão e corrente da linha curta em termos dos parâmetros ABCD são:

$$V_S = AV_R + BI_R \quad (4.100)$$

$$I_S = CV_R + DI_R \quad (4.101)$$

Com:  $A = 1, B = Z, C = 0, D = 1$ .

## 4.7 Linhas Médias

Considerando somente os dois primeiros termos das séries nas equações (4.93) e (4.94), temos:

$$\sinh(\gamma l) = \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{3!} = \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{6} \quad (4.102)$$

$$\cosh(\gamma l) = 1 + \frac{(\sqrt{ZY})^2}{2!} = 1 + \frac{ZY}{2} \quad (4.103)$$

Substituindo as equações (4.102) e (4.103) nas equações (4.75) e (4.76), vem:

Equação de tensão:

$$\begin{aligned} V_S &= V_R \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + I_R Z_C \left(\sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{6}\right) = \\ &= V_R \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + I_R Z \left(1 + \frac{ZY}{6}\right) \end{aligned} \quad (4.104)$$

Equação de corrente:

$$I_S = I_R \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + \frac{V_R}{Z_C} \left( \sqrt{ZY} + \frac{(\sqrt{ZY})^3}{6} \right) = I_R \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + V_R Y \left( 1 + \frac{ZY}{6} \right) \quad (4.105)$$

Procuramos um circuito equivalente que represente as equações (4.104) e (4.105). Para isso, vamos desenvolver as equações de um circuito  $\pi$ , como mostrado na figura 4.8.

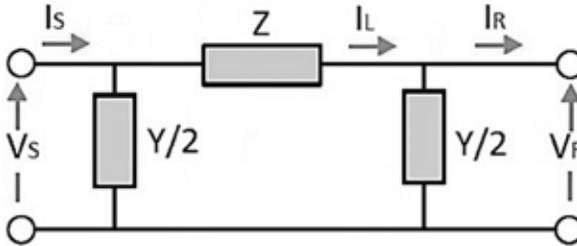


Figura 4.8 - Circuito equivalente  $\pi$

A condutância shunt por unidade de comprimento que representa a corrente de fuga dos isoladores e do efeito corona é desprezível, assim  $G = 0$ .

A lei das correntes de Kirchhoff aplicada ao circuito da figura 4.8 resulta em:

$$I_L = I_R + \frac{Y}{2} V_R \quad (4.106)$$

Da lei das tensões de Kirchhoff, a tensão no início da linha é igual a:

$$V_S = V_R + Z I_L = V_R + Z \left( I_R + \frac{Y}{2} V_R \right) = V_R \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + Z I_R \quad (4.107)$$

Pela lei das correntes de Kirchhoff, a corrente no início da linha é igual a:

$$I_S = I_L + \frac{Y}{2} V_S \quad (4.108)$$

Substituindo as equações (4.106) e (4.107) em (4.108), temos:

$$I_S = I_R + \frac{Y}{2} V_R + \frac{Y}{2} \left[ V_R \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) + Z I_R \right] = Y V_R \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right) + \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) I_R \quad (4.109)$$

Observando as equações (4.103) com (4.107) e (4.104) com (4.109), notamos que elas são aproximadas.

As equações de tensão e corrente da linha média em termos dos parâmetros ABCD são:

$$V_S = A1V_R + B1I_R \quad (4.110)$$

$$I_S = C1V_R + D1I_R \quad (4.111)$$

Com:  $A1 = \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right)$ ,  $B1 = Z$ ,  $C1 = Y \left( 1 + \frac{ZY}{4} \right)$ ,  $D1 = \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right)$ .

Podemos desenvolver as equações de um circuito  $T$ . No entanto, em estudos de sistemas de potência, como, por exemplo, estudos de fluxo de carga e de estabilidade, utiliza-se a matriz de admitâncias, e o número de elementos dessa matriz é diretamente proporcional ao número de barras do sistema de potência. No caso do circuito  $T$ , para cada circuito teremos três barras, enquanto para cada circuito  $\pi$  teremos somente duas barras. Assim o circuito  $\pi$  é preferido para a representação das linhas de transmissão.

Vamos considerar, agora, o cálculo das tensões e correntes na barra emissora, para três linhas de transmissão com os seguintes dados:

- a) Linha de 69 kV alimentando uma carga de  $P = 52.77628093 \text{ MW}$ , fator de potência 0.92 indutivo, 60 Hz, um condutor por fase, com os seguintes parâmetros:  $R = 0.219 \frac{\Omega}{\text{km}}$ ,  $L = 1.233 \frac{\text{mH}}{\text{km}}$  e  $C = 9.38 \frac{\text{nF}}{\text{km}}$ .
- b) Linha de 230 kV alimentando uma carga de  $P = 285.87152170 \text{ MW}$ , fator de potência 0.92 indutivo, 60 Hz, quatro condutores por fase, com os seguintes parâmetros:  $R = 0.031 \frac{\Omega}{\text{km}}$ ,  $L = 0.8435 \frac{\text{mH}}{\text{km}}$  e  $C = 13.91 \frac{\text{nF}}{\text{km}}$ .
- c) Linha de 500 kV alimentando uma carga de  $P = 621.45982980 \text{ MW}$ , fator de potência 0.92 indutivo, 60 Hz, quatro condutores por fase, com os seguintes parâmetros:  $R = 0.025 \frac{\Omega}{\text{km}}$ ,  $L = 0.8541 \frac{\text{mH}}{\text{km}}$  e  $C = 13.65 \frac{\text{nF}}{\text{km}}$ .

O comprimento das linhas é variado de 40 km em 40 km até 320 km e as tensões e correntes na barra emissora são calculadas usando as equações exatas, as equações do modelo  $\pi$ , as equações da linha curta, as equações das linhas médias, considerando os dois primeiros termos das séries de potências do  $\sinh(\gamma l)$  e  $\cosh(\gamma l)$ , e as equações das linhas curtas, considerando somente um termo das séries  $\sinh(\gamma l)$  e  $\cosh(\gamma l)$ . Os resultados dos erros de tensão e corrente calculados em relação às equações exatas são mostrados na tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Erros de tensões e correntes na barra receptora em relação às tensões e correntes exatas**

L (km)	Tensão (kV)	Erro modelo $\pi$ (%)		Erro modelo linha média com série de potência (%)		Erro modelo linha curta (%)		Erro modelo linha curta com série de potência (%)	
		$ V_s $	$ I_s $	$ V_s $	$ I_s $	$ V_s $	$ I_s $	$ V_s $	$ I_s $
40	69	0.0100	9.2253e-005	-0.8416	-0.7764	-	-	-	-0.5885
	230	0.0020	-0.0011	-0.3853	-0.3545	0.0919	0.1316	0.0919	-1.5003
	500	8.7417e-004	-0.0021	-0.3121	-0.3994	0.1256	0.1353	0.1256	-2.9496
80	69	0.0685	0.0011	-1.8551	-1.9332	0.1293	0.1362	0.1293	-1.4367
	230	0.0169	-0.0073	-1.2186	-1.1828	0.2539	0.5272	0.2539	-3.2084
	500	0.0074	-0.0120	-1.0269	-1.4332	0.4698	0.5484	0.4698	-5.7695
120	69	0.2003	0.0048	-2.7986	-3.4803	0.5045	0.5527	0.5045	-2.5508
	230	0.0591	-0.0201	-2.3958	-2.5086	0.3884	1.1899	0.3884	-5.1318
	500	0.0265	-0.0209	-2.1131	-3.1220	0.9826	1.2493	0.9826	-8.3515
160	69	0.4158	0.0144	-3.5977	-5.4313	1.1071	1.2430	1.1071	-3.9389
	230	0.1435	-0.0365	-3.8212	-4.3536	0.4531	2.1249	0.4531	-7.2744
	500	0.0661	0.0022	-3.5411	-5.4303	1.6148	2.2455	1.6148	10.5582
200	69	0.7190	0.0343	-4.2366	-7.8030	1.9186	2.1694	1.9186	-5.6112
	230	0.2848	-0.0472	-5.4094	-6.7353	0.4302	3.3392	0.4302	-9.6346
	500	0.1354	0.1137	-5.2821	-8.2532	2.3200	3.5409	2.3200	12.2277
240	69	1.1105	0.0711	-4.7184	-	2.9206	3.2569	2.9206	-7.5790
	230	0.4970	-0.0358	-7.0860	-9.6642	0.3129	4.8413	0.3129	13.1865
	500	0.2450	0.3933	-7.3077	-	3.0555	5.1333	3.0555	-9.8546
280	69	1.5896	0.1332	-5.0517	-	11.4127	4.0940	4.0940	13.2715
	230	0.7926	0.0235	-8.7871	-	13.8916	0.0991	6.6405	0.0991
	500	0.4063	0.936	-9.5891	-	13.1394	3.7826	7.0111	3.7826
320	69	2.1545	0.2318	-5.2461	-	14.6687	5.4189	5.4324	5.4189
	230	1.1826	0.1680	-	-	17.6557	0.2105	-	0.2105
	500	0.6320	1.8413	-	-	10.4581	17.1426	4.4670	9.1488
				12.0966	17.7466	6.8734	6.2206	6.8734	12.3594

O sinal negativo nos valores da tabela 4.2 indica que o valor calculado é maior do que o valor exato na barra emissora.

Observando os resultados da tabela 4.2, podemos concluir que:

- a) Os piores resultados são obtidos com as equações expressas em forma de série de potências, ou seja, as equações (4.95), (4.101) e (4.102).

Considerando os modelos das linhas curtas e médias:

- b) Para  $0 < l \leq 80 \text{ km}$ , os erros de tensão e corrente obtidos com o modelo da linha curta são menores do que 0.6 %.
- c) Para  $80 < l \leq 240 \text{ km}$ , o maior erro de tensão foi 1.11 % e o maior erro de corrente foi de 0.3933 % obtidos com o modelo  $\pi$  e de 4.0940 % para a tensão e de 5.1333 % para a corrente, considerando o modelo da linha curta.
- d) Para  $l > 240 \text{ km}$ , o maior erro de tensão foi 2.1545 % e o maior erro de corrente foi de 1.8413 % obtidos com o modelo  $\pi$  e de 6.8734 % para a tensão e de 9.1488 % para a corrente, considerando o modelo da linha curta.

A conclusão geral é que podemos usar o circuito série para linhas curtas onde  $0 < l \leq 80 \text{ km}$ , o circuito  $\pi$  para linhas médias onde  $80 < l \leq 240 \text{ km}$  e as equações completas para linhas onde  $l > 240 \text{ km}$ .

## 4.8 Circuito Equivalente de uma Linha Longa

Podemos encontrar um modelo  $\pi$  equivalente para a linha longa.

Para isso, basta comparar a equação (4.75), repetida a seguir, com a equação de tensão do modelo  $\pi$  nominal, com a impedância e a admitância modificadas:

$$V_S = V_R \cosh(\gamma l) + I_R Z_C \sinh(\gamma l) \quad (4.112)$$

$$V_S = V_R \left( 1 + \frac{Z' Y'}{2} \right) + Z' I_R \quad (4.113)$$

Então, podemos concluir que:

$$\cosh(\gamma l) = \left( 1 + \frac{Z' Y'}{2} \right) \quad (4.114)$$

$$Z' = Z_C \sinh(\gamma l) = \sqrt{\frac{Z}{y}} \sinh(\gamma l) = z l \frac{\sinh(\gamma l)}{\sqrt{z y l}} = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \quad (4.115)$$

Substituindo o valor de  $Z'$  na equação (4.114), temos:

$$\cosh(\gamma l) = \left( 1 + \frac{Z_C \sinh(\gamma l) Y'}{2} \right) \quad (4.116)$$

$$\frac{Y'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{Z_C \sinh(\gamma l)} \quad (4.117)$$

Usando a identidade:

$$\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\sinh(\gamma l)} \quad (4.118)$$

Temos:

$$\frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_C} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) = \frac{Y}{2} \frac{\left(\tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)\right)}{(\gamma l/2)} \quad (4.119)$$

Portanto, o circuito  $\pi$  equivalente para uma LT longa é mostrado na figura 4.9.

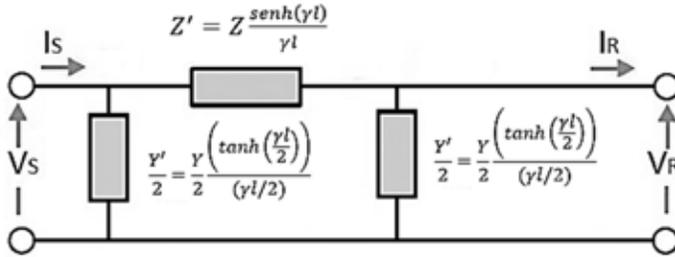


Figura 4.9 - Circuito  $\pi$  equivalente para uma LT longa

As equações da linha longa na forma matricial são:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (4.120)$$

## 4.9 Regulação de Tensão

A regulação de tensão (RT) de uma LT é a mudança de tensão na barra receptora quando a carga varia de vazio até a plena carga, com um fator de potência especificado, enquanto a tensão do receptor é mantida constante. A regulação é expressa em percentual da tensão de plena carga.

$$VR (\%) = \frac{V_{receptor\ vazio} - V_{receptor\ plena\ carga}}{V_{receptor\ plena\ carga}} \times 100 \quad (4.121)$$

Como:

$$V_{receptor\ vazio} = \frac{|V_S|}{|A|} \text{ e } V_{receptor\ plena\ carga} = |V_R|, \text{ então:}$$

$$RT (\%) = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} \times 100 \quad (4.122)$$

**Exemplo 4.2**

Uma linha de transmissão trifásica com, 60 Hz, 40 km e 69 kV tem uma resistência por fase de 0.219 ohm/km e uma indutância por fase de 1.233 mH/km. A capacitância é desprezível. Use o modelo de linha curta para calcular:

- A tensão e a potência no início da linha.
- A regulação de tensão e eficiência.

Quando a linha está suprindo uma carga trifásica de:

- 52 MVA com  $\text{fp} = 0.8$  indutivo em 69 kV.
- 52 MVA com  $\text{fp} = 0.8$  capacitivo em 68 kV.

**Solução:**

A impedância série por fase é:

$$Z = (R + j\omega L)l = (0.219 + j2\pi 60 \times 1.233 \times 10^{-3})40 = 8.7600 + j18.5932 \Omega$$

A tensão na barra receptora por fase é dada por:

$$V_R = \frac{69}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 39.8372 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

A potência complexa trifásica é calculada como:

$$S_{3\phi} = 52 \angle \arccos 0.8^0 = 52 \angle 36.8699^0 = 41.6 + j31.2 \text{ MVA}$$

Cálculo da corrente por fase:

$$I_R = \frac{S_{3\phi}^*}{3V_R^*} = \frac{52 \times 10^3 \angle -36.8699^0}{3 \times 39.8372 \angle 0^0} = 435.1042 \angle -36.8699^0 \text{ A}$$

Da equação (4.100), com  $A = 1$  e  $B = Z$ , temos a tensão na barra emissora, em kV:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad V_S &= V_R + ZI_R = 39.8372 \angle 0^0 + (8.7600 + \\ & \quad j18.5932)435.1042 \times 10^{-3} \angle -36.8699^0 = 47.7404 + j4.1851 = \\ & \quad 47.9235 \angle 5.0077^0 \end{aligned}$$

A tensão de linha da barra emissora:

$$V_{SL} = \sqrt{3} V_S = \sqrt{3} \times 47.9235 \angle 5.0077^0 = 83 \angle 5.0077^0 \text{ kV}$$

A potência complexa na barra emissora em MVA:

$$\begin{aligned} S_{S3\phi} &= 3V_S I_S^* \\ &= 3 \times (47.9235 \angle 5.0077^0) \times 10^3 \times 435.1042 \times 10^{-3} \angle 36.8699^0 \\ &= 62.5551 \angle 41.8776^0 = 46.5768 + j41.7581 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Da equação (4.122), temos a regulação de tensão:

$$RT (\%) = \frac{47.9235 - 39.8372}{39.8372} \times 100 = 20.2984 \%$$

O rendimento da transmissão:

$$\eta = \frac{P_{R3\phi}}{P_{S3\phi}} \times 100 = \frac{41.6}{46.5768} \times 100 = 89.3149 \%$$

Cálculos para o fator de potência 0.8 capacitivo:

A corrente por fase:

$$I_R = \frac{S_{3\phi}^*}{3V_R^*} = \frac{52 \times 10^3 \angle 36.8699^\circ}{3 \times 39.8372 \angle 0^\circ} = 435.1042 \angle 36.8699^\circ \text{ A}$$

A tensão na barra emissora:

$$\begin{aligned} V_S &= V_R + ZI_R = 39.8372 \angle 0^\circ \\ &\quad + (8.7600 \\ &\quad + j18.5932)435.1042 \times 10^{-3} \angle 36.8699^\circ \\ &= 38.0324 + j8.7589 = 39.0280 \angle 12.9718^\circ \text{ kV} \end{aligned}$$

A tensão de linha da barra emissora:

$$V_{SL} = \sqrt{3} V_S = \sqrt{3} \times 39.0280 \angle 12.9718^\circ = 67.5985 \angle 12.9718^\circ \text{ kV}$$

A potência complexa na barra emissora em MVA:

$$\begin{aligned} S_{S3\phi} &= 3V_S I_S^* \\ &= 3 \times (39.0280 \angle 12.9718^\circ) \times 10^3 \times 435.1042 \times 10^{-3} \angle -36.8699^\circ \\ &= 50.944 \angle -23.8981^\circ = 46.5764 - j20.6379 \text{ MVA} \end{aligned}$$

A regulação de tensão:

$$RT (\%) = \frac{39.0280 - 39.8372}{39.8372} \times 100 = -2.0313 \%$$

O rendimento da transmissão:

$$\eta = \frac{P_{R3\phi}}{P_{S3\phi}} \times 100 = \frac{41.6}{46.5764} \times 100 = 89.3149 \%$$

### Exemplo 4.3

Uma LT trifásica de 150 km, 230 kV, 60 Hz, tem a resistência por fase de 0.031 ohm/km e a indutância por fase é 0.8435 mH/km. A capacitância shunt é 13.91 nF/km. A carga no final da linha é 285 MVA com  $\text{fp} = 0.8$  indutivo em 230 kV. Use o modelo para linha média e calcule a tensão, a potência complexa no fim e no início da linha, a regulação de tensão e o rendimento da linha.

**Solução:**

A impedância série por fase é dada por:

$$Z = (R + j\omega L)l = (0.031 + j2\pi 60 \times 0.8435 \times 10^{-3})150 \\ = 4.6500 + j47.6988 \Omega$$

A admitância paralela por fase é calculada como:

$$Y = (G + j\omega C)l = (0 + j2\pi 60 \times 13.91 \times 10^{-9})150 = j0.00078659 S$$

A tensão na barra receptora por fase é dada por:

$$V_R = \frac{230}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 132.7906 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

A potência complexa trifásica é calculada como:

$$S_{3\phi} = 285 \angle \arccos 0.8^\circ = 285 \angle 36.8699^\circ = 228 + j171 \text{ MVA}$$

Cálculo da corrente por fase:

$$I_R = \frac{S_{3\phi}^*}{3V_R^*} = \frac{285 \times 10^3 \angle -36.8699^\circ}{3 \times 132.7906 \angle 0^\circ} = 715.4140 \angle -36.8699^\circ \text{ A}$$

A tensão na barra emissora, em kV, usando a equação (4.107), temos:

$$V_S = V_R \left(1 + \frac{ZY}{2}\right) + ZI_R \\ = 132.7906 \left(1 + \frac{(4.6500 + j47.6988)(j0.00078659)}{2}\right) \\ + (4.6500 + j47.6988)715.4140(0.8 - j0.6) \\ = 153.44 + j25.546 \text{ kV} = 155.5520 \angle 9.4538^\circ \text{ kV}$$

A tensão de linha da barra emissora:

$$V_{SL} = \sqrt{3} V_S = \sqrt{3} \times 155.5520 \angle 9.4538^\circ = 269.4239 \angle 9.4538^\circ \text{ kV}$$

A corrente na barra emissora, usando a equação (4.109), temos:

$$I_S = YV_R \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) + \left(1 + \frac{ZY}{2}\right)I_R \\ = (j0.00078659)132.7906 \times 10^3 \left(1 + \frac{(4.6500 + j47.6988)(j0.00078659)}{4}\right) \\ + \left(1 + \frac{(4.6500 + j47.6988)(j0.00078659)}{2}\right)715.4140(0.8 \\ - j0.6) = 562.28 - j316.68 = 645.3255 \angle -29.3870^\circ \text{ A}$$

A potência complexa na barra receptora em MVA:

$$S_{S3\phi} = 3 \times 132.7906 \times 715.4140 \angle 36.8699^\circ = 285 \angle 36.8699^\circ \\ = 228 + j171 \text{ MVA}$$

que comprova os cálculos de tensão e corrente na barra receptora.

A potência complexa na barra emissora em MVA:

$$S_{S3\phi} = 3V_S I_S^* = 3x \left( 155.5520 \angle 9.4538^{\circ} \right) x 10^3 x 645.3255 \angle 29.3870^{\circ}$$

$$= 301.1450 \angle 19.9332^{\circ} = 283.1036 + j102.6677 \text{ MVA}$$

A regulação de tensão:

$$A = \left( 1 + \frac{ZY}{2} \right) = \left( 1 + \frac{(4.6500 + j47.6988)(j0.00078659)}{2} \right)$$

$$= 0.9812 \angle 0.1068^{\circ}$$

$$RT (\%) = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} x 100 = \frac{\frac{155.5520}{0.9812} - 132.7906}{132.7906} x 100 = 19.39 \%$$

O rendimento da transmissão:

$$\eta = \frac{P_{R3\phi}}{P_{S3\phi}} x 100 = \frac{228}{283.1036} x 100 = 80.5359 \%$$

#### Exemplo 4.4

Uma linha de transmissão trifásica com 320 km, em 60 Hz, supre uma carga de 621 MVA,  $fp = 0.85$  indutivo em 500 kV. As constantes da linha são  $R = 0.025$  ohm/km,  $L = 0.8541$  mH/km e  $C = 13.95$  nF/km.

Calcule:

- As constantes de atenuação e fase;
- As constantes A, B, C e D;
- Tensão, corrente, potência e fator de potência no início da linha;
- As perdas na linha;
- O rendimento da linha;
- A regulação de tensão;
- A corrente de carregamento no início da linha sem carga;
- Valor do aumento de tensão sem carga se a tensão no início de linha é mantida constante;
- O circuito equivalente da LT.

**Solução:**

Cálculo da impedância série por fase da LT:

$$Z = R + j\omega l = (0.025 + j377x0.8541x10^{-3}) = 0.3229 \angle 85.5598^{\circ} \frac{\Omega}{\text{km}}$$

$$= 8 + j103.0386 \Omega = 103.3487 \angle 85.5604^{\circ} \Omega$$

Cálculo da admitância paralela por fase da LT:

$$Y = G + j\omega C = (0.0375 \times 10^{-6} + j377 \times 0.01365 \times 10^{-6})$$

$$= 0.0000 + j5.1553 \times 10^{-6} \text{ S/km} = 0.00165 \angle 90^\circ \text{ S}$$

Cálculo da impedância característica:

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{103.3487 \angle 85.5604^\circ}{0.00165 \angle 90^\circ}} = 250.0832 - j9.6938$$

$$= 250.2710 \angle -2.2198^\circ \Omega$$

Cálculo das constantes de propagação, atenuação e fase:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{zy} = \sqrt{(0.3229 \angle 85.5598^\circ)(j5.1553 \times 10^{-6})}$$

$$= 1.2902 \times 10^{-3} \angle 87.7799^\circ$$

$$= 0.04998 \times 10^{-3} + j1.2892 \times 10^{-3} \left(\frac{1}{\text{km}}\right)$$

$$\gamma l = 0.4128 \angle 87.7926^\circ = 0.0159 + j0.4125 \text{ pu}$$

A tensão na barra receptora por fase é dada por:

$$V_R = \frac{500}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 288675.1346 \text{ V}$$

$$I_R = \frac{621 \times 10^6}{500 \times 10^3 \sqrt{3}} \angle 0^\circ - \arccos 0.85 = 609.5087 - j377.7395$$

$$= 717.0690 \angle -31.7883^\circ \text{ A}$$

Cálculo das constantes A, B, C e D.

$$A = \cosh(\gamma l) = \cosh(0.0159 + j0.4125) = 0.9162 + j0.0064$$

$$= 0.9163 \angle 0.3986^\circ$$

$$B = Z_c \sinh(\gamma l) = (250.0832 - j9.6938) \sinh(0.0159 + j0.4125)$$

$$= 7.5297 + j100.1300 = 100.4128 \angle 85.6995^\circ \Omega$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) = \frac{1}{(250.0832 - j9.6938)} \sinh(0.0159 + j0.4125)$$

$$= -0.000003892294490 + j0.001603121792343$$

$$= 0.0016 \angle 90.1391^\circ \text{ S}$$

$$D = A$$

Cálculo das tensões e correntes no início da linha:

De acordo com a equação (4.120), temos:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.9162 + j0.0064 & 7.5297 + j100.1300 \\ -0.000003892294490 + j0.001603121792343 & 0.9162 + j0.0064 \end{bmatrix} x$$

$$x \begin{bmatrix} 288675.1346 \\ 609.5087 - j377.7395 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 306896.6321 + j60033.3619 \\ 559.7258 + j120.5973 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 312713.2030 \angle 11.0681^\circ V \\ 572.5702 \angle 12.1589^\circ A \end{bmatrix}$$

A tensão de linha no começo da LT vale:

$$V_{SL} = (312713.2030 \angle 11.0681^\circ) \sqrt{3} V = 541.6352 \angle 11.0681^\circ kV$$

Cálculo da potência no início da LT:

$$S = 3V_S I_S^* = 3(312713.2030 \angle 11.0681^\circ)(572.5702 \angle -12.1589^\circ) = \\ 537053472.8236 - j10226051.0826 VA = 537.1508 \angle -1.0908^\circ MVA$$

Cálculo do fator de potência:

$$\cos(11.0681^\circ - 12.1589^\circ) = 0.9998 \text{ capacitivo}$$

Perdas na LT:

$$P_L = P_S - P_R = 537.0535 - 621 \times 0.85 = 9.2035 MW$$

Rendimento da LT:

$$\eta = \frac{621 \times 0.85}{537.0535} \times 100 = 98.29 \%$$

Regulação de tensão:

$$RT (\%) = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_R|}{|V_R|} \times 100 = \frac{\frac{312713.2030}{0.9163} - 288675.1346}{288675.1346} \times 100 \\ = 18.22 \%$$

Corrente de carregamento no início da LT:

$$I_C = \frac{YV_S}{2} = \frac{(0.00165 \angle 90^\circ)(312713.2030 \angle 11.0681^\circ)}{2} \\ = 257.9884 \angle 101.0681^\circ A$$

Valor do aumento de tensão sem carga:

$$V_R = V_S - ZI_C = (306896.6321 + j60033.3619) \\ - (8 + j103.0386)257.9884 \angle 101.0681^\circ \\ = 339301.0798 \angle 10.7196^\circ V$$

O aumento da tensão de linha:

$$V_{RL} = \sqrt{3}(339301.0798 \angle 10.7196^\circ) V = 587686.7093 \angle 10.7196^\circ V$$

O circuito equivalente da LT:

$$Z' = Z \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} = 100.4128 \angle 85.6995^\circ \Omega \\ \frac{Y'}{2} = \frac{Y}{2} \left( \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right) \right) = 7.5182 \times 10^{-7} + j8.3659 \times 10^{-4} S$$

## 4.10 Linhas sem Perdas

A impedância de surto é definida a seguir.

Para uma LT sem perdas  $R = 0$  e  $G = 0$ :

$$z = j\omega L \quad \Omega/m \quad (4.123)$$

$$y = j\omega C \quad \Omega/m \quad (4.124)$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\Omega) \quad (4.125)$$

E

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega\sqrt{LC} = j\beta \quad 1/m \quad (4.126)$$

Onde:

$$\beta = \omega\sqrt{LC}$$

A impedância característica, comumente chamada impedância de surto para uma linha sem perdas, é puramente real e a constante de propagação é puramente imaginária.

A potência fornecida por uma linha a uma carga resistiva pura igual a sua impedância de surto é conhecida como carregamento da linha pela impedância de surto (SIL) (surge impedance loading), como mostrado na figura 4.10. A SIL pode ser usada para comparar capacidades de carregamento das linhas de transmissão. Uma linha carregada abaixo da SIL gera potência reativa, enquanto uma linha carregada acima da SIL consome potência reativa.

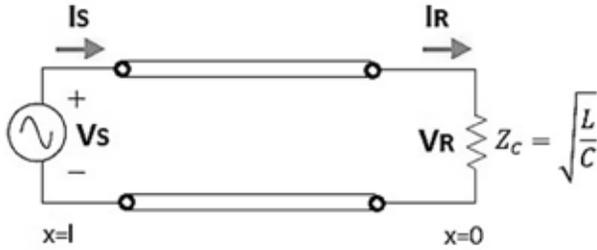


Figura 4.10 - LT carregada pela impedância de surto

A impedância de surto é calculada como:

$$S = SIL = \sqrt{3}(V_L)(I_L) = \sqrt{3}(V_L) \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{|V_L|^2}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{|V_L|^2}{Z_c} \quad (W) \quad (4.127)$$

Os valores característicos para a SIL de LTs são mostrados na tabela 4.3

**Tabela 4.3 - Valores característicos de SIL para LTs trifásicas, 60 Hz**

Tensão da LT (kV)	SIL (MW)	Exemplos Conductor SIL
69	12 – 13	
138	47 – 52	1x556 (26/7) 52.0 1x795 (26/7) 53.5
230	134 – 145	1x795 (26/7) 132.9
345	325 – 425	2x795 (26/7) 412.7 2x954 (45/7) 414.6
500	850 – 1075	2x954 (45/7) 915.2
765	2200 – 2300	

## 4.11 Perfil de Tensão

Na prática, as LTs não terminam com impedância de surto. Em vez disso, o carregamento pode variar de uma pequena fração da SIL em carga leve para múltiplos de SIL em carga pesada, dependendo da compensação e do comprimento da LT.

No gráfico da figura 4.11, é mostrado o perfil de tensão de uma LT de 500 kV e 294 km sem compensação reativa, em vazio, em carga pesada, em curto-circuito e carregada pela SIL.

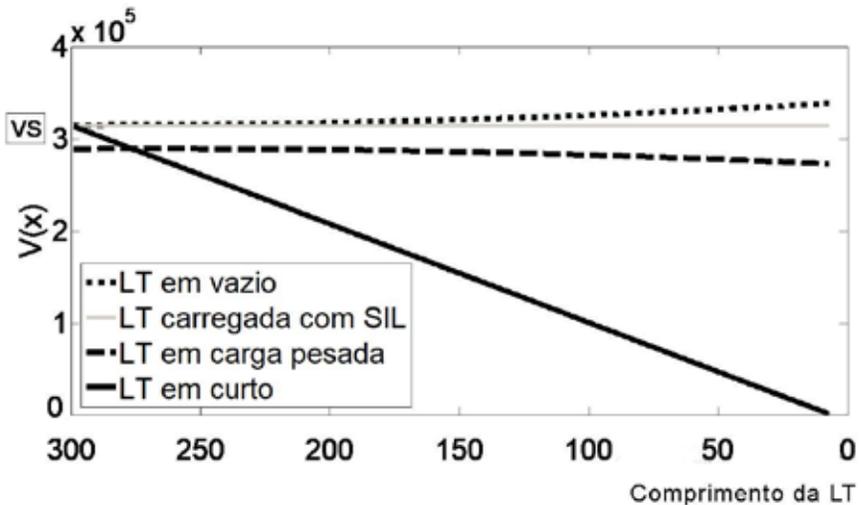


Figura 4.11 - Perfil de tensão de uma LT

Observamos que a LT em vazio apresenta um aumento de tensão na barra receptora em relação à barra emissora. Esse efeito é conhecido como efeito Ferranti, em homenagem ao físico que o descobriu.

As consequências desse fenômeno são:

1) Como ocorre um aumento de tensão na barra receptora, existe a necessidade do aumento do nível de tensão de isolamento das linhas e dos equipamentos terminais;

2) As perdas por dispersão (principalmente efeito corona) crescem com o quadrado da tensão e reduzem a sobretensão. No entanto, a radiointerferência e os ruídos audíveis que acompanham o efeito corona aumentam também com o aumento da tensão. Mas para mantê-las em limites razoáveis é preciso um aumento na bitola dos condutores com aumento do custo da linha.

3) A corrente capacitiva nas linhas em carga leve pode provocar a autoexcitação (a autoexcitação nas máquinas síncronas é uma instabilidade elétrica que está associada ao aumento dos enlaces de fluxo, sendo caracterizada principalmente pelo aumento rápido da tensão terminal da máquina, decorrente da carga capacitiva ligada aos seus terminais) em máquinas síncronas, quando essas máquinas não tiverem a capacidade de absorver tais correntes.

## 4.12 Limite de Estabilidade de Regime Permanente (RP)

O circuito equivalente de uma LT sem perdas da figura 4.9 pode ser usado para obter uma equação de potência ativa. Suponha que  $V_S$  e  $V_R$  são constantes e que o ângulo de fase entre as tensões seja  $\delta$ .

$$I_R = \frac{V_S - V_R}{Z'} - \frac{V_R Y'}{2} \quad (4.128)$$

A potência complexa entregue na barra receptora é calculada como:

$$S_R = V_R I_R^* = V_R \left( \frac{V_S - V_R}{Z'} - \frac{V_R Y'}{2} \right)^* \quad (4.129)$$

Colocando as tensões na forma polar, temos:

$$\begin{aligned}
 S_R &= P_R + jQ_R = \frac{V_R V_S \angle -\delta^0 - V_R^2}{-jX'} + \frac{j\omega C' l V_R^2}{2} = \\
 &= \frac{V_R V_S (\cos\delta - j\text{sen}\delta) - V_R^2}{-jX'} + \frac{j\omega C' l V_R^2}{2} = \\
 &= \frac{jV_R V_S \cos\delta + \frac{R V_S \text{sen}\delta - jV_R^2}{X'}}{X'} + \frac{j\omega C' l V_R^2}{2} = \frac{V_R V_S \text{sen}\delta}{X'} + \\
 &+ j \left( \frac{V_R V_S \cos\delta - \frac{R^2}{X'}}{X'} + \frac{\omega C' l V_R^2}{2} \right) \quad (4.130)
 \end{aligned}$$

Logo, a potência ativa na barra receptora é igual a:

$$P_R = \frac{V_R V_S \text{sen}\delta}{X'} \quad (4.131)$$

E a potência máxima ocorre para  $\text{sen}\delta = 1$ .

$$P_{Rmax} = \frac{V_R V_S}{X'} \quad (4.132)$$

A equação (4.132) representa o limite de estabilidade teórico de regime permanente para uma LT sem perdas.

O gráfico da figura 4.12 mostra o limite de estabilidade teórico.

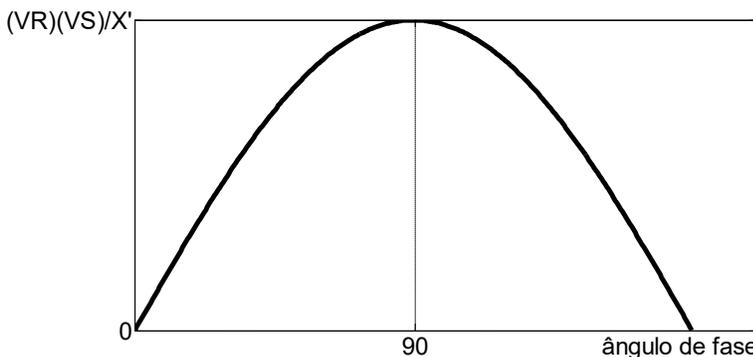


Figura 4.12 - Limite de estabilidade de regime permanente teórico

O limite de estabilidade teórico pode ser colocado em termos da SIL.

Usando a equação (4.132), a equação (4.115) e a equação (4.125), podemos escrever:

$$P_{Rmax} = \frac{V_R V_S}{\sqrt{\frac{L}{c}} \text{sen}(\beta l)} \quad (4.133)$$

Substituindo o valor de  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$  e calculando  $V_R$  e  $V_S$  em pu, com a base de tensão de linha, temos:

$$P_{Rmax} = \frac{V_R V_S}{\sqrt{\frac{L}{c}} \text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)} = \left(\frac{V_R}{V_{Lnominal}}\right) \left(\frac{V_S}{V_{Lnominal}}\right) \left(\frac{V_{Lnominal}^2}{\sqrt{\frac{L}{c}}}\right) \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)} \quad (4.134)$$

Substituindo o valor de SIL, de acordo com a equação (4.127), vem:

$$P_{Rmax} = \frac{V_{Rpu} V_{Spu} SIL}{\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right)} \quad (W) \quad (4.135)$$

Observando a equação (4.132), vemos que dois fatores afetam o limite de estabilidade teórico:

- a) Aumenta com o quadrado da tensão;
- b) Diminui com o comprimento da linha.

No limite de estabilidade prático, a fim de manter a estabilidade durante distúrbios transitórios, são considerados:

$$V_S = 1.0 \text{ pu}, \quad V_R = 0.95 \text{ pu}, \quad \delta \cong 30^\circ$$

Logo,

$$P_{R1} = \frac{0.95 R_{pu} V_{Spu}^{SIL}}{\text{sen}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \text{sen}(30^\circ) = \frac{0.475 V_{Rpu} V_{Spu}^{SIL}}{\text{sen}\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \text{ (W)} \quad (4.136)$$

O gráfico da figura 4.13 mostra os limites de estabilidade teórico e prático de uma LT de 500 kV, com  $L=0.8541$  mH/km e  $C=13.95$  nF/km, a partir de 50 km de comprimento.

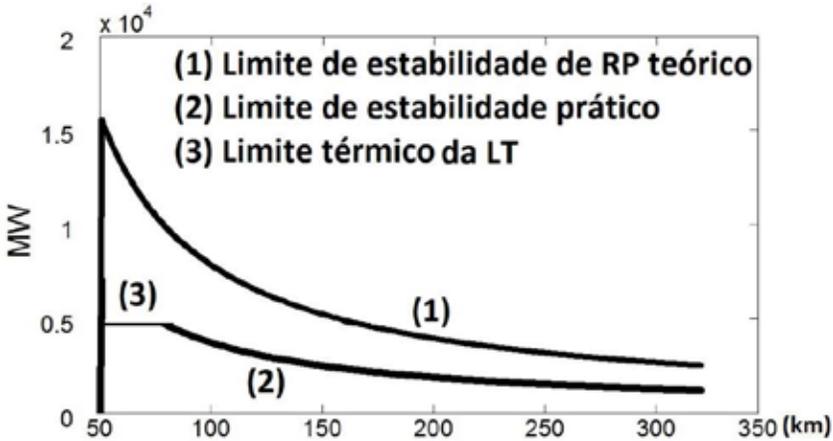


Figura 4.13 - Limite de estabilidade teórico e prático para LT de 500 kV

O limite térmico é determinado pelo tipo de condutor. Por exemplo, o limite térmico para 3 condutores ACSR 1113 kcmil é  $3 \times 1.11 = 3.33$  kA/fase.

### 4.13 Fluxo de Potência Máximo para Linha com Perdas

As equações de fluxo de potência ativo e reativo para uma LT com perdas em termos dos parâmetros ABCD são desenvolvidas a seguir. A notação polar é usada, ou seja,

$$A = \cosh(\gamma l) = |A| \angle \theta_A^0$$

$$B = Z' = |Z'| \angle \theta_Z^0$$

$$V_S = |V_S| \angle \delta^0$$

$$V_R = |V_R| \angle 0^0$$

Da equação (4.85), vem:

$$I_R = \frac{V_S - AV_R}{B} = \frac{|V_S| \angle \delta^0 - |A| \angle \theta_A^0 (V_R \angle 0^0)}{|Z'| \angle \theta_Z^0} \quad (4.137)$$

A potência complexa na barra receptora é:

$$S_R = P_R + jQ_R = V_R I_R^* = V_R \left( \frac{|V_S| \angle \delta^0 - |A| \angle \theta_A^0 (V_R \angle 0^0)}{|Z'| \angle \theta_Z^0} \right)^* \quad (4.138)$$

Usando a identidade de Euler  $1 \angle \alpha^0 = \cos \alpha + j \operatorname{sen} \alpha$  e separando as partes real e imaginária, temos:

$$P_R = \left( \frac{|V_S| |V_R|}{|Z'|} \right) \cos(\theta_Z^0 - \delta^0) - \left( \frac{|V_S| |V_R|^2}{|Z'|} \right) \cos(\theta_Z^0 - \theta_A^0) \quad (4.139)$$

$$Q_R = \left( \frac{|V_S| |V_R|}{|Z'|} \right) \operatorname{sen}(\theta_Z^0 - \delta^0) - \left( \frac{|V_S| |V_R|^2}{|Z'|} \right) \operatorname{sen}(\theta_Z^0 - \theta_A^0) \quad (4.140)$$

#### 4.14 Compensação Reativa

No início dos sistemas comerciais de energia elétrica, os sistemas de potência eram pouco interligados, os geradores se situavam próximos das cargas e se encarregavam de regular a tensão local, através de seus sistemas de excitação. Portanto, não havia necessidade de equipamentos especiais de compensação reativa. À medida que os sistemas de potência começaram a se expandir com a construção de novas usinas e uma distância cada vez maior das cargas, ocorreu o aumento do nível de transmissão, o montante de potência transmitida e cresceram

consideravelmente os equipamentos de compensação reativa em número e importância.

Os capacitores shunt tiveram uma utilização crescente a nível de consumidor industrial, distribuição e subtransmissão e, depois com o desenvolvimento de capacitores isolados para níveis de tensão elevados, passaram a ser utilizados também na transmissão em alta tensão.

Os reatores shunt se tornaram decisivos para a compensação de linhas de transmissão longas em alta tensão com subestações intermediárias.

Os compensadores síncronos se tornaram um componente usual para controle contínuo e como fonte suplementar de potência reativa durante emergências, contribuindo também para estabilizar o sistema de potência, quando ocorrerem perturbações. Os compensadores síncronos normalmente instalados junto aos grandes centros de carga na transmissão em corrente alternada e também para o controle de tensão e aumento do nível de curto-circuito em terminais de corrente contínua foram gradualmente substituídos, a partir dos anos 1970, pelos compensadores estáticos.

As linhas de transmissão geram, em função do seu carregamento, situações diferentes para o sistema de potência em termos de compensação reativa adicional. Vamos citar dois problemas bem comuns: 1) se na hora de carga pesada uma linha importante é retirada de operação, haverá uma redistribuição de fluxo pelas demais, aumentando o carregamento e, conseqüentemente, o consumo reativo, não só devido ao maior consumo nas reatâncias das demais linhas, como também devido à redução do reativo gerado pelo carregamento das linhas, que será menor por causa da queda de tensão resultante do aumento da carga que as linhas de

transmissão em operação deverão atender. Assim, um suporte de potência reativa é necessário. Esse suporte vem, normalmente, através de compensadores síncronos ou estáticos; 2) um outro tipo de problema é a tendência a retirar ou transformar em chaveáveis os reatores shunt planejados para os anos iniciais de operação de sistemas de transmissão com linhas longas e seccionadas em pontos intermediários.

Naturalmente, com o passar dos anos, esses troncos vão se carregando e os reatores, que originalmente serviam para ajustar a tensão resultante do carregamento das linhas, começam a se tornar desnecessários e inconvenientes. Caso os estudos de rejeição confirmem que eles sejam dispensáveis, eles podem ser simplesmente desligados ou transformados em chaveáveis com a instalação de um vão com disjuntor próprio, se for conveniente mantê-los disponíveis para o controle de tensão na carga leve ou para energizações.

Existem dois tipos de equipamentos de compensação: estáticos e rotativos. Os equipamentos estáticos são construídos por bancos de capacitores e reatores indutivos separados ou associados, enquanto os rotativos são construídos por motores síncronos. Vamos analisar a seguir cada um dos equipamentos tradicionais de compensação.

### **Capacitores série**

A reatância indutiva da linha altera o ângulo de potência da LT e, conseqüentemente, o grau de estabilidade, além de interferir na queda de tensão da LT. Os bancos de capacitores série são aplicados em sistemas de transmissão para diminuir a reatância série das LTs, sem alterar as tensões terminais. Com isso, diminui a compensação paralela para o controle de tensão e a distância elétrica entre as barras terminais.

O grau de compensação típico dos capacitores série em LTs é da ordem de 40 % a 50 %. As vantagens da compensação série são as seguintes:

- Melhoram a distribuição de cargas e as perdas globais da LT;
- Melhoram a regulação de tensão da LT;
- Solução mais econômica para melhorar os limites de estabilidade estática e transitória;
- Ajudam a manter o equilíbrio de energia reativa.

As desvantagens da compensação série são as seguintes:

- Custo bastante elevado (o funcionamento ideal requer a instalação no meio da linha, mas o custo obriga a instalação nas suas extremidades);
- Altas correntes de curto-circuito, exigindo maior isolamento;
- Ferroressonância (sobretensões);
- Dificuldade na coordenação da proteção.

Na figura 4.14, pode ser explicado o princípio de funcionamento de um banco de capacitores série.

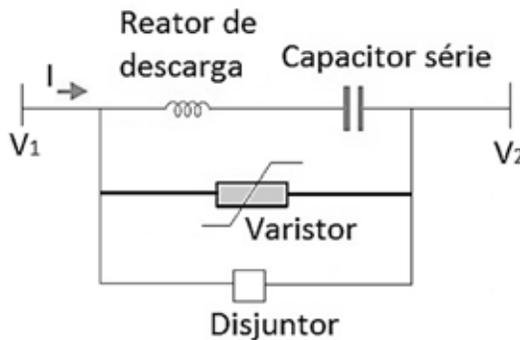


Figura 4.14 - Esquema de capacitor série em LT

Em condições de operação normal, o banco de capacitores série está inserido na LT com o disjuntor aberto. Em condições de curto-circuito no sistema de potência, a corrente  $I$  atinge valores elevados e a tensão nos terminais do banco de capacitores série é limitada pelo varistor. Quando a energia dissipada no varistor torna-se excessiva, o disjuntor é fechado automaticamente, retirando o banco de capacitores série de operação. O reator ou circuito de amortecimento é utilizado para reduzir as correntes transitórias de descargas, quando o disjuntor é fechado.

### **Capacitor chaveável a tiristores**

Trata-se de um conjunto de módulos de bancos de capacitores em série com uma ligação antiparalela de tiristores. Cada módulo, individualmente, pode estar ligado ou desligado, de forma a permitir um controle descontínuo da potência gerada pelo conjunto. No modo de controle manual, o ângulo de disparo é fixo, portanto o grau de compensação da linha também. No modo de controle automático, o operador ajusta o fluxo desejado de potência ativa ou de corrente na linha e o sistema de controle varia automaticamente o ângulo de disparo para manter o fluxo de potência ativa ou de corrente, constante e próximo do valor ajustado.

Os módulos devem ser ligados à alta tensão através de um transformador próprio, podendo controlar a tensão tanto do lado de alta como de baixa do transformador.

Na figura 4.15 é apresentado um esquema com três módulos de capacitores de potência igual formando o TCS (Thyristor Switched Capacitor).

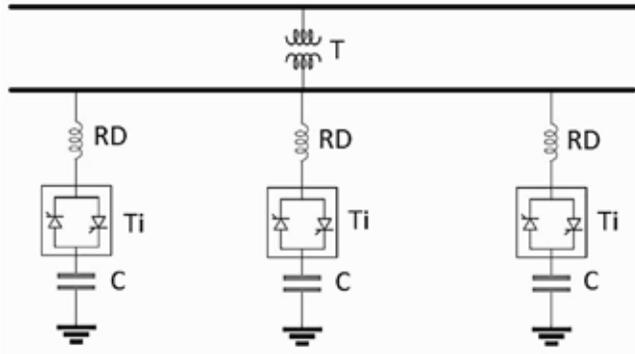


Figura 4.15 - Capacitor chaveável a tiristores

Legenda:

T - Transformador.

RD - Reator de descarga.

Ti - Tiristores.

C - Capacitores.

Cada estágio leva um tempo médio de meio ciclo para ser ligado e desligado. Como praticamente não existem harmônicos na onda de corrente, não existe a colocação de filtros.

Na figura 4.16 é mostrada a operação dos estágios desse equipamento.



Figura 4.16 - Operação de estágios

As principais aplicações do TSC são:

- Amortecimento de oscilações de potência de baixa frequência entre sistemas;
- Interligação de sistemas através de linhas longas;
- Controle do fluxo de potência ativa em LTs;
- Controle do carregamento de LTs.

Um exemplo prático da aplicação do TSC é a linha de interligação Norte-Sul do Brasil, que é um dos maiores e mais modernos sistemas de fornecimento de energia elétrica do mundo, com 1.276 km de extensão, saindo da subestação de Samambaia, em Brasília-DF, até Imperatriz-MA, onde estão em operação duas unidades no nível de 500 kV, viabilizando intercâmbios de até 1.000 MW.

### **Reator shunt**

É utilizado nos sistemas de transmissão para absorver potência reativa, controlando a tensão em níveis estabelecidos pelas normas. Pode ser instalado em terciários de transformadores, em barramentos ou diretamente na LT. Quando esse equipamento é instalado no terciário do transformador, é utilizado para controlar a tensão na carga leve. Para isso, dispõe de disjuntor específico. O reator de barramento pode ser fixo ou chaveável, dependendo da conveniência de retirá-lo de operação em carga pesada. O reator de LT é ligado diretamente à linha, entrando e saindo de operação com a mesma.

Os reatores shunt são frequentemente utilizados em linhas longas para compensar o efeito Ferranti do terminal aberto ou em carga leve. Em alguns casos, principalmente em

LTs longas, são indispensáveis para evitar sobretensões elevadas em rejeições de carga.

Os reatores shunt possuem a característica de que a potência reativa consumida é proporcional ao quadrado da tensão. Assim, quando a tensão aumenta ou diminui, a potência reativa aumenta ou diminui com o quadrado da tensão.

### **Reator controlado a tiristores**

A corrente no reator é controlada por tiristores (Thyristor Controlled Reactor-TCR) colocados em série com o reator, em uma ligação antiparalela, que permite o fluxo de corrente em dois sentidos. Os tiristores permitem a condução apenas durante o intervalo em que estão recebendo o pulso de disparo. O ângulo de condução pode ser variado continuamente e o tempo de atuação da variação do ângulo de disparo é de meio ciclo. A forma de onda de corrente, no entanto, fica completamente distorcida. A componente fundamental diminui à medida que se reduz o ângulo de condução de  $180^\circ$  para  $0^\circ$ . Assim, o TCR necessita de filtros e normalmente o 5º e o 7º harmônicos são filtrados, sendo, porém, algumas vezes necessária a utilização de filtros para o 3º harmônico e harmônicos de maior frequência.

Na figura 4.17 é mostrado o esquema do TCR.

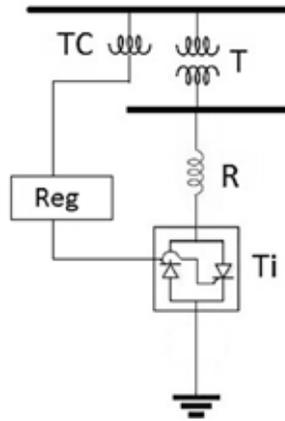


Figura 4.17 - Reator controlado a tiristores

Legenda:

T - Transformador.

R - Reator.

Ti - Tiristores.

TC - Transformador de corrente.

Reg - Regulador.

### Reator saturado

O reator saturado, ao contrário do reator controlado a tiristores, possui núcleo de ferro e uma característica especial de saturação que lhe confere uma curva tensão x corrente adequada ao controle da tensão da barra em que é conectada.

Como ocorre com o reator controlado, o reator saturado necessita de um transformador, sendo conectado ao secundário deste. A característica de controle do reator, entretanto, por ser inerente ao equipamento, permite o controle da tensão diretamente na barra de baixa tensão, sendo que o controle da barra de alta tensão é feito apenas de forma indireta.

A resposta do equipamento é muito rápida, uma vez que depende apenas da constante inerente ao fenômeno eletromagnético.

Por se tratar de um equipamento que possui um núcleo de ferro em torno do qual se desenvolve um enrolamento, estando o conjunto dentro de um tanque, as características térmicas do reator saturado são semelhantes às de um transformador, conferindo a esse equipamento uma elevada capacidade de sobrecarga de curta duração, particularmente nos casos de rejeição de carga.

### **Capacitor shunt**

Foram inicialmente muito utilizados na distribuição e por consu-midores industriais para suporte de tensão e compensação do fator de potência. São até hoje um meio eficaz e econômico de fazer compensação reativa capacitiva.

Com o advento de capacitores isolados para níveis de tensão mais elevados, eles passaram a ser empregados também na transmissão, utilizando-se muitas vezes o terciário de transformadores, ou mesmo conectando-os diretamente ao nível de 138 kV ou acima. Entretanto, sua instalação normalmente ocorre em pontos de suprimento próximo do consumidor.

Os capacitores são normalmente chaveáveis, dispendo de um vão com disjuntor próprio que permite desligá-los em horários de carga leve.

Os capacitores shunt possuem, igualmente como os reatores shunt, o inconveniente de gerar um reativo proporcional ao quadrado da tensão do ponto em que estejam ligados. Assim, se houver diminuição de tensão em uma ocasião em que se necessita de reativo capacitivo, o banco de capacitores vai

contribuir abaixo do esperado. Nessa situação, seria necessário que se ligassem bancos de capacitores adicionais para melhorar o perfil de tensão do sistema de potência. Essa situação revela a necessidade do compensador estático do tipo capacitores chaveáveis a tiristores.

### **Compensadores síncronos**

Ao contrário dos capacitores shunt, que apenas geram potência reativa, e dos reatores shunt, que apenas absorvem potência reativa, os compensadores síncronos são máquinas rotativas que geram e absorvem potência reativa. Para isso, esses equipamentos possuem sensores e uma lógica de atuação realizada pelo regulador automático de tensão, que aumenta ou diminui a excitação do campo da máquina para atender às necessidades do sistema.

Devido a sua capacidade de gerar e absorver potência reativa numa faixa contínua, que vai desde absorver cerca de 75 % de sua potência nominal até gerar 100 % de potência nominal, os compensadores síncronos permitem um controle fino de tensão, sendo úteis para atender principalmente a condições de emergência da rede.

Os compensadores síncronos necessitam de transformador específico, pois não são isolados. A manutenção é frequente e dispendiosa, uma vez que se trata de uma máquina rotativa.

Os compensadores síncronos possuem capacidade de sobrecarga de curta duração que contribui nos primeiros instantes de uma emergência mais severa. São importantes, também, quando, além do suporte de reativo, existe a necessidade de elevar a potência de curto-circuito do sistema. Nessa aplicação, são particularmente úteis nos terminais

inversores dos elos de corrente contínua, possibilitando a obtenção de uma relação de curto-circuito adequada.

Os compensadores síncronos, assim como os geradores, estão sujeitos à autoexcitação, fenômeno no qual a máquina perde o controle de sua tensão terminal. Esse fenômeno pode ocorrer se uma capacitância elevada permanecer conectada aos terminais da máquina após uma rejeição de carga.

Na figura 4.18 é mostrado um compensador síncrono.



**Figura 4.18 - Compensador síncrono**

A utilização de compensadores síncronos apresenta as seguintes vantagens em relação ao equipamento de controle discreto:

- Possibilita o controle contínuo da tensão;
- Aumenta a potência de curto-circuito do sistema;
- Responde automaticamente durante perturbações no sistema;
- Possui grande capacidade de sobrecarga transitória.

Exemplos práticos de compensadores síncronos são os das subestações Camaçari II - 230 kV, cuja potência nominal em MVAR é  $2x$  (-105 a 150), Bom Jesus da Lapa - 230 kV, com

potência nominal em MVAR de (-15 a 30), e o da subestação Irecê – 230 kV, também com potência nominal em MVAR de (-15 a 30).

### **Compensador estático de reativos**

A partir do reator controlado a tiristores, do reator saturado e do capacitor chaveável a tiristores, é possível obter diferentes conjuntos que chamamos de compensador estático.

São utilizados para mitigar distúrbios da qualidade de energia como: variação de tensão de curta duração e flutuações de tensão, correção do fator de potência e redução de harmônicos.

Os compensadores estáticos podem ser do tipo: SR/FC (reator saturado com capacitor fixo), TSC/FR (capacitor chaveado a tiristores com reator fixo), TCR/FC (reator controlado por tiristores com capacitor fixo) e TCR/TSC (reator controlado a tiristores com capacitor chaveado a tiristores).

As vantagens do compensador estático, quando comparado ao compensador síncrono, são as seguintes:

- Menor tempo de resposta;
- Menor custo de manutenção, pois não tem partes móveis;
- Ocupa menos espaço que um síncrono da mesma potência;
- Maior confiabilidade de operação.

#### *Compensador estático do tipo SR/FC*

A associação de um capacitor fixo em paralelo com o reator saturado confere ao conjunto a possibilidade de atuar continuamente desde uma faixa capacitiva, dentro do limite da potência do capacitor instalado, até uma faixa indutiva no limite da diferença entre a potência máxima do reator e a potência do capacitor fixo.

Na figura 4.19 é mostrado o esquema do compensador estático do tipo SR/FC.

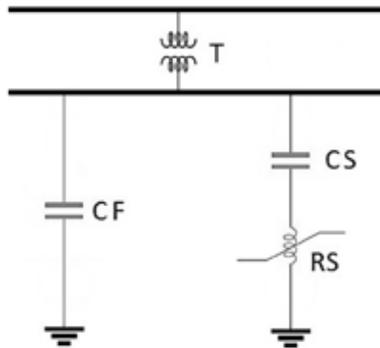


Figura 4.19 - Compensador estático do tipo SR/FC

Legenda:

T - Transformador.

CF - Capacitor fixo.

CS - Capacitor série.

RS - Reator saturado.

Na figura 4.19, o capacitor fixo é instalado do lado de baixa tensão do transformador, juntamente com o reator saturado. O controle de tensão do lado de alta tensão é feito indiretamente por meio do tape do transformador.

#### *Compensador estático do tipo TSC/FR*

Esse compensador estático é obtido conjugando-se um conjunto de módulos de capacitores chaveáveis a tiristores com um reator fixo. Dessa forma, esse equipamento atua na faixa capacitiva e indutiva com um controle em degrau. Na faixa indutiva, o limite é a potência do reator fixo, na situação onde todos os módulos de capacitores estão desligados. Na faixa capacitiva, o limite é a diferença entre o somatório das potências dos bancos de capacitores fixos e o reator fixo.

A figura 4.20 mostra o esquema do conjunto que constitui um TSC/FR, com dois módulos de capacitores chaveáveis.

No esquema apresentado, o reator fixo está colocado do lado de baixa tensão, porém ele pode ser igualmente instalado no lado de alta tensão. O reator pode ter um disjuntor próprio, o que reduz o número de bancos de capacitores necessários, ou mesmo sua potência.

A potência reativa máxima que pode ser gerada é a diferença entre o somatório dos bancos de capacitores e a potência do reator, no caso do reator ser fixo. Se o mesmo for chaveável, passa a ser o somatório das potências dos bancos de capacitores, o que reduz a necessidade de bancos de capacitores para uma potência desejada.

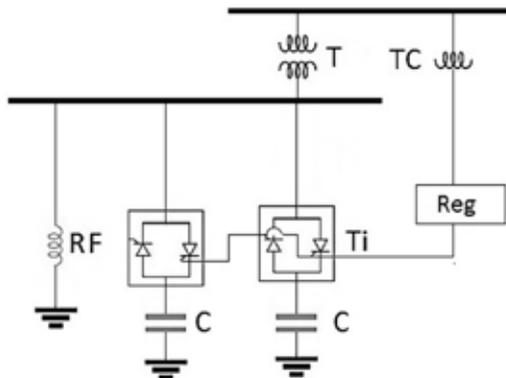


Figura 4.20 Compensador estático do tipo TSC/FR

Legenda:

T - Transformador.

C - Capacitor chaveável a tiristor.

TC - Transformador de corrente.

RF - Reator fixo.

Reg - Regulador de tensão e disparo.

### Compensador TCR/FC

É o compensador estático obtido quando associado ao reator controlado a tiristores um capacitor fixo, permitindo que o conjunto atue continuamente numa faixa capacitiva até o valor máximo de potência do banco de capacitores e em uma faixa indutiva até o limite de diferença da potência máxima do reator chaveável (ângulo de condução máximo) subtraída da potência do banco de capacitores.

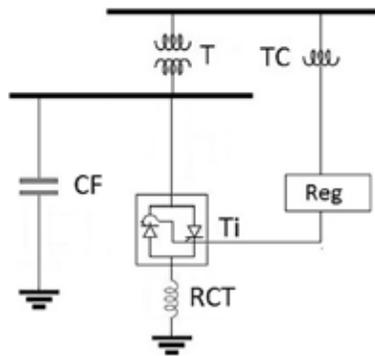


Figura 4.21 - Compensador do tipo TCR/FC

Legenda:

T - Transformador.

C - Capacitor fixo.

TC - Transformador de corrente.

RCT - Reator controlado a tiristor.

Reg - Regulador de tensão e disparo.

### Compensador do Tipo TCR/TSC

Esse compensador estático é obtido pela combinação dos dois outros, em que se utilizam reator controlado e capacitor chaveável. Esse compensador é o mais versátil, pois utiliza todas as vantagens de conjugar os equipamentos com os

tiristores. Permite controle contínuo em toda a faixa reativa e capacitiva, aproveitando a potência máxima de cada componente.

O nível de harmônicos gerado pelo reator controlado TCR é bastante reduzido pela flexibilidade de composição, o que possibilita uma acentuada redução do nível de perdas. Outras vantagens importantes são a minimização do montante de potência de capacitores e reatores necessária e a modularidade e redundância, que possibilitam uma alta confiabilidade.

Na figura 4.22, é mostrado um esquema detalhado de um compensador estático do tipo TCR/TSC.

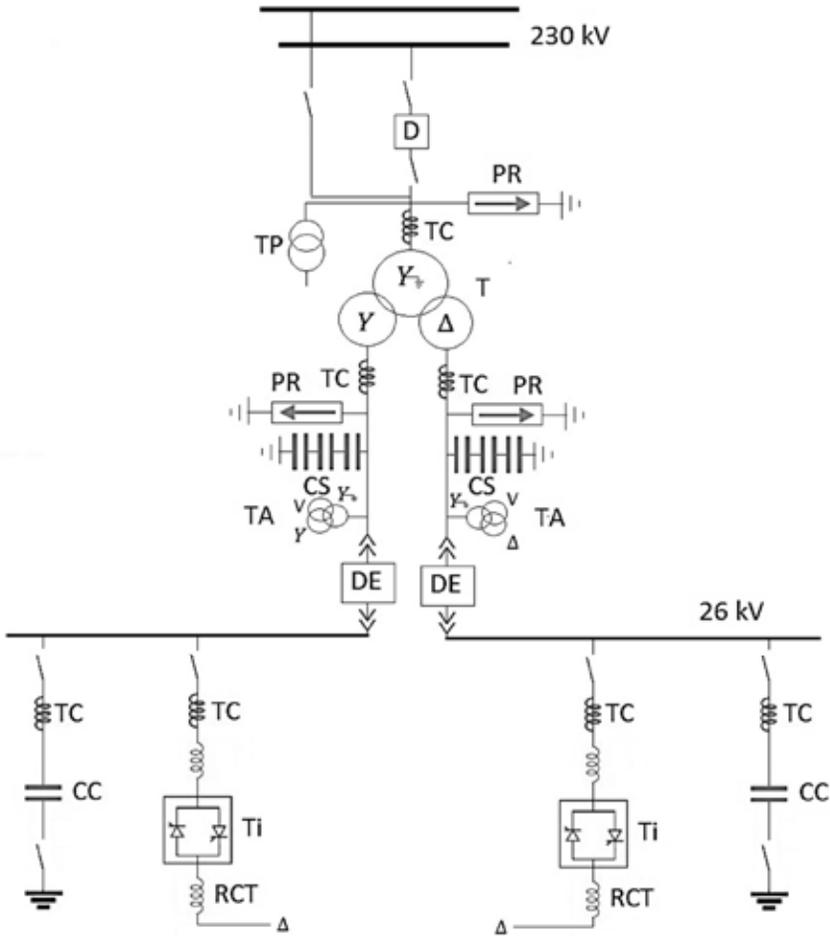


Figura 4.22 - Compensador do tipo TCR/TSC

Legenda:

D - Disjuntor de 230 kV.

T - Três transformadores monofásicos  $3 \times 66.67 \text{ MVA} = 200 \text{ MVA}$ , 230/26/26 kV com dois secundários, um ligado em delta e outro em estrela com neutro flutuante.

PR - Para-raios.

TP - Transformador de potencial.

TC – Transformador de corrente.

CS – Capacitores de surto, que atenuam a taxa de crescimento da onda de tensão incidente, proveniente de surtos de manobra ou descargas atmosféricas.

TA – Transformador de aterramento – são transformadores usados em um sistema delta para prover uma fonte de terra de tal maneira que um relé de corrente de terra possa ser usado para detectar ou isolar defeitos de linha para terra no sistema. Na figura 4.22, ambos os transformadores têm os seus enrolamentos primários ligados em zigue-zague com neutro aterrado. Dois secundários ligados em delta aberto, em 220 V, alimentam os serviços auxiliares da subestação. O transformador de aterramento é responsável pelo neutro artificial do setor de 26 kV.

DE – Disjuntor extraível.

CC – Capacitor chaveável – dois bancos de capacitores de 100 MVar, ligados em estrela com neutro flutuante, alimentados em 26 kV.

TI – Tiristores (de 12 pulsos, dimensionados para operar, também, a 6 pulsos).

RTC – Reator controlado a tiristores – dois reatores trifásicos de 170 MVar cada, ligados em delta ao secundário do transformador com a finalidade de cancelar as correntes harmônicas de 3ª, 5ª, 9ª e 15ª ordem. O seccionamento dos enrolamentos tem como objetivo limitar a corrente de curto-circuito, a qual ficaria submetida à válvula de tiristores.

Existem duas maneiras de se operar um compensador estático do tipo TCR/TSC:

- Operação manual: nessa situação, o ângulo de disparo e, conseqüentemente, a potência reativa do compensador estático são ajustados pelo operador em um valor

predeterminado. Assim, o compensador opera como um banco de capacitores fixo ou reator fixo e não regula a tensão do sistema.

- Operação automática: nessa situação, o operador seleciona o valor de tensão desejado na barra de 230 kV e o compensador fornecerá o valor escolhido. Nesse caso, o compensador estático realmente funciona como equipamento de controle de tensão.

Na tabela 4.4 são indicadas de forma resumida as faixas de operação de um compensador estático do tipo TCR/TSC.

**Tabela 4.4 - Operação de compensador TCR/TSC**

Ângulo de disparo (graus)	Potência reativa (MVA <sub>r</sub> )	Condição do compensador
92.5	-140	Reatores totalmente inseridos
120	0	Reatores equilibrando os capacitores
170	200	Reatores totalmente retirados

Da tabela 4.4, podemos concluir que a redução do ângulo de disparo provoca acréscimo de potência reativa indutiva e, conseqüentemente, o aumento do ângulo de disparo diminui a injeção de potência reativa indutiva.

#### 4.15 Compensação das LTs

Na figura 4.23 é mostrado um circuito equivalente para a compensação de uma LT. Supõe-se que metade da compensação é instalada em cada lado da linha.

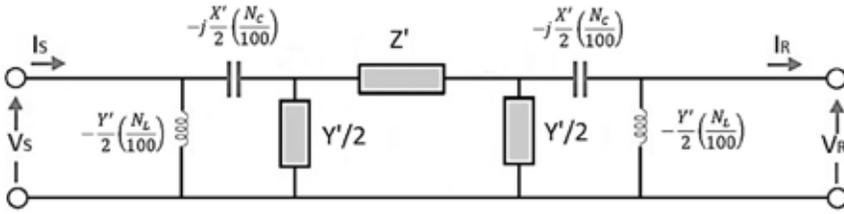


Figura 4.23 - Circuito equivalente para compensação de LT

Onde:

$N_C$  é a quantidade de compensação capacitiva série expressa em percentual da impedância de sequência positiva da linha;

$N_L$  é a quantidade de compensação reativa shunt expressa em percentual da admitância de sequência positiva da linha.

De acordo com a tabela 4.1, os quadripolos equivalentes para a LT, a compensação do indutor e a compensação do capacitor são respectivamente:

$$q_{LT} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \quad (4.141)$$

$$q_{shun} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{ind} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.142)$$

$$q_{serie} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{cap} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.143)$$

Onde:

$$A_1 = 1 + ZY'/2$$

$$B_1 = Z$$

$$C_1 = Y'[1 + ZY'/4]$$

$$D_1 = 1 + ZY'/2$$

$$Y_{ind} = -\frac{Y'}{2} \left( \frac{N_L}{100} \right)$$

$$Z_{cap} = -j \frac{X'}{2} \left( \frac{N_C}{100} \right)$$

Portanto, o quadripolo equivalente é obtido pelo produto dos quadripolos de cada componente:

$$q_{equivalente} = (q_{shunt})(q_{serie})(q_{LT})(q_{serie})(q_{shunt}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{ind} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_{cap} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_{cap} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{ind} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (4.144)$$

Onde:

$$A = A_1(1 + Z_{cap}Y_{ind}) + B_1Y_{ind} + Z_{cap}[C_1(1 + Z_{cap}Y_{ind}) + D_1Y_{ind}] \quad (4.145)$$

$$B = A_1Z_{cap} + B_1 + Z_{cap}(C_1Z_{cap} + D_1) \quad (4.146)$$

$$C = Y_{ind}\{A_1(1 + Z_{cap}Y_{ind}) + B_1Y_{ind} + Z_{cap}[C_1(1 + Z_{cap}Y_{ind}) + D_1Y_{ind}]\} + C_1(1 + Z_{cap}Y_{ind}) + D_1Y_{ind} \quad (4.147)$$

$$D = Y_{ind}[A_1Z_{cap} + B_1 + Z_{cap}(C_1Z_{cap} + D_1)] + C_1Z_{cap} + D_1 \quad (4.148)$$

As equações de número (4.144) a (4.148) são gerais para o cálculo da compensação shunt e da compensação série.

O procedimento para calcular o total de reativos, que compensa parcialmente a linha em vazio, conhecendo as tensões de início de linha  $V_S$  e de final de linha  $V_R$ , é descrito a seguir.

Como  $V_S = AV_R$ , fazendo  $A = k = \frac{|V_S|}{|V_R|}$  e  $Z_{cap} = 0$ , na equação (4.145), temos:

$$k = A_1 + B_1Y_{ind} \quad (4.149)$$

Calculando  $Y_{ind}$ , temos:

$$Y_{ind} = -Im \left\{ \frac{k-A_1}{B_1} \right\} \quad S/fase \quad (4.150)$$

Pois, a admitância shunt vale  $Y = y_1 - jY_{ind}$  e  $Im$  é a parte imaginária da expressão complexa.

Portanto, a capacidade de reativos trifásica dos reatores a serem colocados em cada extremidade da LT é calculada pela equação (4.151), onde  $V_L$  é a tensão de linha da LT em kV.

$$Q_{ind} = V_L^2 Y_{ind} \quad MVAr \quad (4.151)$$

O procedimento para calcular o total de reativos, que compensa parcialmente a linha em série, é descrito a seguir.

A partir da equação (4.146), escrevendo as partes reais e imaginárias, com a parte imaginária de  $B$  igual a  $k1 = (vl)(imag(B1))$  com  $vl$  variando de 0 a 1, vem:

$$b_r + jk1 = -jX_C(a1_r + ja1_i + d1_r + jd1_i) + (c1_r + jc1_i)(-jX_C)^2 + b1_r + jb1_i \quad (4.152)$$

Como  $A_1 = D_1$ , temos:

$$b_r + jk1 = j2X_C(a1_r + ja1_i) + (c1_r + jc1_i)(jX_C)^2 + b1_r + jb1_i \quad (4.153)$$

$$b_r + jk1 = (-2X_C a1_i - X_C^2 c1_r + b1_r) + j(2X_C a1_r + X_C^2 c1_i + b1_i) \quad (4.154)$$

Igualando as partes imaginárias, vem:

$$k1 = (2X_C a1_r + X_C^2 c1_i + b1_i) \quad (4.155)$$

$$c1_i X_C^2 + 2a1_r X_C + b1_i - k1 = 0 \quad (4.156)$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$$X_C = \frac{+2a1_r \pm \sqrt{(2a1_r)^2 + 4c1_i(b1_i - k1)}}{2c1_i} \quad (4.157)$$

Devemos usar a raiz negativa, pois o cálculo é de reatância capacitiva.

A potência reativa trifásica do banco de capacitores será igual a:

$$Q_C = 3X_C I_L^2 \quad MVar \quad (4.158)$$

Onde  $I_L$  é a corrente de linha da LT em kA.

### Exemplo 4.5

Uma LT de 500 kV é alimentada por um barramento de tensão constante igual a 500 kV e supre cargas passivas. A LT tem comprimento de 305 km e os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} R &= 0.025 \quad \Omega/km \\ L &= 0.322 \quad mH/km \\ C &= 13.65 \quad nF/km \end{aligned}$$

Determine:

- O valor da tensão no final da LT, quando a mesma opera em vazio.
- Admitindo que em operação a vazio a tensão no receptor é no máximo igual a 515 kV, qual a potência dos reatores que deve ser colocada na LT?
- Quais as constantes da LT compensada?

#### Solução:

Cálculo da impedância e admitância da LT:

$$\begin{aligned} Z' &= (0.0025 + j0.322 \times 377 \times 0.001)305 = 7.6250 + j37.0252 \quad \Omega \\ Y' &= j305(13.65 \times 377 \times 0.000000001) = j0.0016 \quad S \end{aligned}$$

Cálculo dos parâmetros do quadripolo:

$$\begin{aligned} A1 &= 1 + \frac{Z'Y'}{2} = 1 + \frac{(7.6250 + j37.0252)(0.0016j)}{2} = 0.9709 + j0.0060 \\ B1 &= Z = 7.6250 + j37.0252 \\ C1 &= Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) = j0.0015 \\ D1 &= A1 \end{aligned}$$

$$a) V_R = \frac{V_S}{|A_1|} = \frac{500}{\sqrt{0.9709^2 + 0.0060^2}} = \frac{500}{0.9710} = 514.9532 \text{ kV}$$

$$b) \text{ Usando a equação (4.150) com } k = \frac{V_S}{V_R} = \frac{500}{515} = 0.9709$$

$$Y_{ind} = -Im \left\{ \frac{k - A_1}{B_1} \right\} = -Im \left\{ \frac{0.9709 - (0.9709 + j0.0060)}{7.6250 + j37.0252} \right\} \\ = 3.0119 \times 10^{-5}$$

Potência dos reatores:

Usando a equação (4.151):

$$Q_{ind} = V_L^2 Y_{ind} = (500)^2 3.0119 \times 10^{-5} = 7.5297 \text{ MVar}$$

c) Constantes da LT compensada: usando a equação (4.144):

$$q_{equivalente} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{ind} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{ind} & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j3.0119 \times 10^{-5} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9709 + j0.0060 & 7.6250 + j37.0252 \\ j0.0015 & 0.9709 + j0.0060 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j3.0119 \times 10^{-5} & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.9698 + j0.0062 & 7.6250 + j37.0252 \\ -0.0000 + j0.0016 & 0.9698 + j0.0062 \end{bmatrix}$$

## Exemplo 4.6

Calcule o valor da reatância capacitiva, a potência reativa capacitiva necessária para fazer uma compensação de 30 % com uma corrente de 1.500 A e as novas constantes da LT compensada.

**Solução:**

Usando a equação (4.157), com  $k_1 = 0.3 Im\{B_1\} = 11.1076$

$$X_C = \frac{2a_1r - \sqrt{(2a_1r)^2 + 4c_1i(b_1i - k_1)}}{2c_1i} \\ = \frac{2(0.9709) - \sqrt{(2 \times 0.9709)^2 + 4 \times 0.0015(37.0252 - 11.1076)}}{2 \times 0.0015} \\ = -13.2077 \quad \Omega$$

$$Q_C = 3X_C I_L^2 = 3(13.2077)1500^2 = 89.1519 \text{ MVar}$$

Novas constantes da LT: usando a equação (4.144), vem:

$$q_{equivalente} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{cap} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_{cap} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 1 & -j13.2077 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.9709 + j0.0060 & 7.6250 + j37.0252 \\ j0.0015 & 0.9709 + j0.0060 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -j13.2077 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0.9914 + j0.0060 & 7.7839 + j11.1076 \\ -0.0000 + j0.0015 & 0.9914 + j0.0060 \end{bmatrix}$$

## 4.16 Introdução ao Projeto Elétrico de uma Linha de Transmissão

O projeto elétrico de uma LT, no regime permanente, tem várias etapas. Entre elas podemos citar, de uma maneira geral:

A) Obtenção de dados necessários:

- A1 – Potência trifásica da barra receptora;
- A2 – Tensão trifásica na barra receptora;
- A3 – Frequência de operação da LT;
- A4 – Fator de potência da carga na barra receptora;
- A5 – Número de circuitos da LT;
- A6 – Número de subcondutores por fase;
- A7 – Comprimento da LT;
- A8 – Disposição dos condutores;
- A9 – Bitola dos condutores;
- A10 – Temperatura de operação dos condutores.

B) Cálculos:

- B1 – Tensão de fase da barra receptora;
- B2 – Corrente da carga da barra receptora;
- B3 – Cálculo das distâncias;
- B4 – Cálculo dos parâmetros da LT:
  - B4.1 Resistência;
  - B4.2 Indutância;
  - B4.3 Capacitância.
- B5 – Cálculo dos parâmetros de sequências da LT;
- B6 – Impedância série da LT;
- B7 – Admitância shunt da LT;
- B8 – Impedância característica;
- B9 – Constante de propagação;

- B10 – Cálculo da tensão, corrente, potência e fator de potência da barra emissora;
- B11 – Queda de tensão em % da barra emissora;
- B12 – Potência ativa da barra emissora;
- B13 – Potência reativa da barra emissora;
- B14 – Cálculo das perdas na linha, incluindo corona;
- B15 – Regulação de tensão;
- B16 – Rendimento da LT;
- B17 – Cálculo da compensação shunt;
- B18 – Cálculo da compensação série.

Os cálculos do item B referem-se às linhas longas e devem ser adaptados para as linhas médias e curtas.

Todos os itens acima descritos já foram devidamente detalhados nos capítulos 2, 3 e 4. Assim, podemos exercitar todos os itens por meio do exercício 4.17.10.

## 4.17 Exercícios

**4.17.1** Uma linha de transmissão de energia de 230 kV, 60 Hz, com 300 km, tem os seguintes parâmetros:

$$R = 0.031 \frac{\Omega}{km}$$

$$L = 0.8435 \text{ mH/km}$$

$$C = 13.61 \text{ nF/km}$$

$$G = 0.0125 \mu \text{ S/km}$$

A LT atende uma carga de 230 MW com fator de potência de 0.85 indutivo. Calcule: a) a impedância característica, b) a constante de propagação, c) a constante de atenuação, d) a constante de fase, e) o comprimento de onda, f) a velocidade de propagação e g) a tensão e a corrente na barra emissora.

Respostas: a)  $Z_C = 249.5398 \angle -2.7141^\circ$ , b)  $\gamma = 0.06375 + j1.2788 \text{ 1/m}$ , c)  $\alpha = 0.06375 \text{ Np/m}$ , d)  $\beta = 1.2788 \text{ rad/m}$ , e)

$\lambda = 4913.4716 \text{ km}$ , f)  $V_0 = 294808.2979 \text{ km/s}$ , g)  $V_S = 161.8970 \angle 15.7519^\circ \text{ kV}$ ;  $I_S = 464.1260 \angle -9.8171^\circ$ .

**4.17.2** Considere os dados da questão 4.17.1. Desprezando a condutância paralela da LT, faça um programa em linguagem MATLAB para calcular a tensão e a corrente da barra emissora, usando as equações de tensão e corrente na forma hiperbólica.

Resposta: uma função do tipo \*.m deve ser programada.

**4.17.3** Uma linha de transmissão trifásica curta tem 16 km em 69 kV. A LT tem uma impedância de  $Z = 0.125 + j0.4375 \text{ ohm/km}$ . Calcular: a) a tensão no início da linha, b) a regulação de tensão, c) a potência de fim de linha e d) o rendimento da linha quando ela supre:

- 1) 70 MVA,  $fp = 0.8$  indutivo em 69 kV.
- 2) 120 MW,  $fp = 1$  em 69 kV.

Respostas: 1a)  $V_S = 43.311 \angle 3.4113^\circ \text{ kV}$ , 1b)  $VR (\%) = 8.7203$ ,  
 1c)  $S = 58.058 + j49.204 \text{ MVA}$ , 1d)  $\eta = 96.4546 \%$ ,  
 2a)  $V_S = 42.432 \angle 9.5348^\circ \text{ kV}$ , 2b)  $VR (\%) = 6.5124$ ,  
 2c)  $S = 12.605 + j21.172 \text{ MVA}$ , 2d)  $\eta = 95.2010 \%$ .

**4.17.4** Uma LT trifásica de 200 km, 230 kV, tem a resistência por fase de 0.031 ohm/km e a indutância por fase é 0.8435 mH/km. A capacitância shunt é 13.91 nF/km. A carga no final da linha é 250 MVA com  $fp = 0.8$  indutivo em 230 kV. Use o modelo para linha média e calcule: a) a tensão no início da linha, b) a potência complexa no fim e no início da linha, c) a regulação de tensão e d) o rendimento da linha.

Respostas: a)  $V_S = 112.95 \angle 17.9254^0 \text{ kV}$ , b)  $VR (\%) = 3.4572$ ,  
 c)  $S_R = 200 + j150 \text{ MVA}$ ;  $S_S = 206.44 + j149.01 \text{ MVA}$ ,  
 d)  $\eta = 95.9736 \%$ .

**4.17.5** Uma linha de transmissão trifásica com 350 km em 60 Hz supre uma carga de 600 MVA,  $fp = 0.85$  indutivo em 500 kV. As constantes da linha são  $R = 0.025 \text{ ohm/km}$ ,  $L = 0.8541 \text{ mH/km}$  e  $C = 13.95 \text{ nF/km}$ .

Calcule:

- As constantes de atenuação e fase.
- As constantes A, B, C e D.
- Tensão, corrente, potência e fator de potência no início da linha.
- As perdas na linha.
- O rendimento da linha.
- A regulação de tensão.
- A corrente de carregamento no início da linha sem carga.
- Valor do aumento de tensão sem carga se a tensão no início de linha é mantida constante.
- O circuito equivalente da LT.

Respostas: a)  $\alpha = 0.0504 \frac{Np}{m}$ ;  $\beta = 1.3023 \text{ rad/m}$ ,  
 b)  $A = 0.8981 + j0.0078$ ;  $B = 8.1543 + j108.8626$ ;  $C = -0.0000048 + j0.0018$ ;  $D = A$ ,  
 c)  $V_S = 526.1601 + j109.7739 \text{ kV}$ ;  $I_S = 530.3023 + j189.9924 \text{ A}$ ;  $S_S = 519.4076 - j72.3185 \text{ MVA}$ ;  $FP = 0.9904 \text{ ind}$ ,  
 d)  $P_L = 9.4075 \text{ MW}$ ,  
 e)  $\eta = 98.1888$ , f)  $VR(\%) = -30.8931 \%$ , g)  $I_C = 614.2502 \angle -78.5555^0$ ,  
 h)  $\Delta V = 88.5212 \text{ kV}$ , i)  $Z' = 109.1676 \angle 85.7163^0 \Omega$ ;  $\frac{Y'}{2} = 0.001979 \angle 89.6598^0 \text{ S}$ .

**4.17.6** Fale sobre compensação reativa.

Resposta: veja item 4.14.

**4.17.7** Descreva um compensador do tipo TCR/TSC.

Resposta: veja item Compensador do tipo TCR/TSC.

**4.17.8** Uma LT de 500 kV é alimentada por um barramento de tensão constante igual a 500 kV e supre cargas passivas. A LT tem comprimento de 250 km e os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned}R &= 0.025 && \Omega/km \\L &= 0.322 && mH/km \\C &= 13.65 && nF/km\end{aligned}$$

Faça um programa usando linguagem MATLAB para determinar:

- A) O valor da tensão no final da LT, quando a mesma opera em vazio.
- B) Admitindo que em operação a vazio a tensão no receptor é no máximo igual a 515 kV, qual a potência dos reatores que deve ser colocada na LT?
- C) Quais as constantes da LT compensada?

Resposta: uma função do tipo \*.m deve ser programada.

**4.17.9** Considere o sistema de potência, cujo diagrama unifilar é mostrado na figura 4.24.

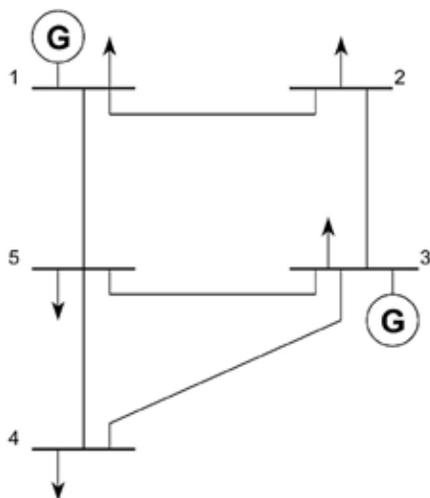


Figura 4.24 - Diagrama unifilar de sistema de potência

Os dados de linha do sistema exemplo estão descritos na tabela 4.5 e os dados de barra são descritos na tabela 4.6 a seguir.

**Tabela 4.5 - Dados de linha para o sistema da figura 4.22**

Linhas Barra a barra	Comprimento		R	X	R	X	MVA <sub>r</sub> de carrega- mento
	km	milha	$\Omega$	$\Omega$	Por unidade	Por unidade	
1-2	64,4	40	8	32	0,042	0,168	4,1
1-5	48,3	30	6	24	0,031	0,126	3,1
2-3	48,3	30	6	24	0,031	0,126	3,1
3-4	128,7	80	16	64	0,084	0,336	8,2
3-5	80,5	50	10	40	0,053	0,053	5,1
4-5	96,5	60	12	48	0,063	0,063	6,1

**Tabela 4.6 - Dados de barra para o sistema da figura 4.22**

Barra	Geração		Carga		V	Obs.
	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)	Por unidade	
1			65	30	1,04∠0°	Barra de Oscilação
2	0	0	115	60	1,00∠0°	Barra de Carga (indutiva)
3	180		70	40	1,02∠0°	Módulo de Tensão Constante
4	0	0	70	30	1,00∠0°	Barra de Carga (indutiva)
5	0	0	85	40	1,00∠0°	Barra de Carga (indutiva)

A potência base do sistema é de 100 MVA e a tensão nas linhas de transmissão é de 138 kV.

Faça os cálculos listados no item 4.16 para uma LT entre a barra 4 e uma nova barra 6 e depois processe o fluxo de carga do sistema de potência com a nova LT.

A nova LT, mostrada na figura 4.25, tem as seguintes características:

Comprimento: 90,91 km.

Tensão de operação: 138 KV.

Potência trifásica na barra receptora: 80 MVA.

Fator de potência da barra receptora: 0.8 indutivo.

Tipo de estrutura: metálica.

Largura de faixa: 23 metros.

Cabo condutor: LINNET CAA 336.5 MCM.

Cabo para-raio: 5/16" HS.

P = 3.03 m.

S = 1.86 m.

C = 2.90 m.

$H = 12.30 \text{ m.}$

Flecha dos condutores: 1.5 m.

Flecha do para-raio: 1.2 m.

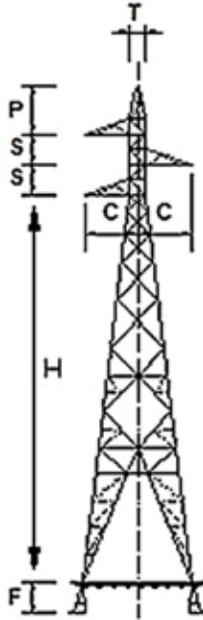


Figura 4.25 - Estrutura da nova LT

Resposta: use o programa ANAREDE.

**4.17.10** Faça um programa em linguagem MATLAB para realizar os cálculos listados no item 4.16, para uma LT com as seguintes características:

Potência trifásica na barra receptora: 10 MW.

Tensão de linha na barra receptora: 13.8 kV.

Frequência da LT: 60 Hz.

Fator de potência da barra receptora: 0.8 indutivo.

Número de circuitos da LT: 1.

Comprimento da LT: 130 km.

Disposição dos condutores: horizontal.

Distâncias: a para b 3 m; b para c 3 m.

Bitola dos condutores: 300 MCM – 19 fios de cobre.

Temperatura: 50 °C.

Resposta: uma função do tipo \*.m deve ser programada.

**4.17.11** As linhas de transmissão no Brasil possuem comprimento que varia de alguns metros até cerca de 1.000 Km. Uma linha é classificada como curta quando possui:

- A. Comprimento que varia de 80 a 200 km.
- B. Comprimento menor que 80 km.
- C. Comprimento que varia de 200 a 400 km.
- D. Comprimento que varia de 400 a 500 km.
- E. Qualquer comprimento.

Resposta: letra B.

**4.17.12** Linhas de transmissão CA em alta tensão permitem a transmissão e distribuição de energia elétrica. Em função disso, apresentam capacidade de transmissão, características e comprimentos diferentes. Considerando esse assunto, julgue os itens a seguir.

- a) As linhas de transmissão à frequência industrial apresentam perdas ativas constantes, independentes do carregamento.
- b) Caso uma linha com tensão nominal superior a 230 kV e com comprimento igual a 200 km esteja operando a vazio, a tensão na extremidade sem carga terá valor sempre menor que a do lado onde a tensão está sendo aplicada.

Respostas: a) errado, b) errado.

**4.17.13** A respeito dos critérios de dimensionamento e de desempenho de uma linha de transmissão de potência, julgue os itens que se seguem.

- a) Linhas de transmissão em extra-alta tensão e com comprimento elevado geram desequilíbrio de tensão de seqüências negativa e zero.
- b) O fator limitante da capacidade de transmissão de linhas com capacidade maior ou igual a 230 kV é o máximo nível de ruído audível interno à faixa de servidão da linha.
- c) Uma linha longa, a vazio, é capaz de gerar potência reativa superior à que é requerida para o seu próprio consumo.

Respostas: a) certo, b) errado, c) certo.

**4.17.14** Considere as seguintes proposições em relação às linhas de transmissão:

- I. O valor típico da impedância característica para uma linha de transmissão com um só circuito é 1500  $\Omega$ .
- II. A reatância indutiva por unidade de comprimento pode ser obtida pela adição da reatância indutiva calculada para um espaçamento definido mais o fator de espaçamento correspondente.
- III. A transposição de condutores visa manter a reatância indutiva aproximadamente igual nas três fases.

Está correto o que se afirma em:

- A . I, apenas.
- B. I e II, apenas.
- C. I e III, apenas.
- D. II e III, apenas.
- E. I, II e III.

Resposta: letra D.

**4.17.15** Considere uma linha de transmissão de energia em CA, cujos parâmetros de sequência positiva (capacitância, indutância e resistência) são dados por fase e por unidade de comprimento. A impedância de surto ou impedância característica dessa linha de transmissão, considerando seus parâmetros de sequência positiva, é calculada conhecendo-se a:

- I. Capacitância.
- II. Resistência.
- III. Indutância.
- IV. Tensão nominal da linha.

Estão certos apenas os itens:

- A. I e III.
- B. I e IV.
- C. II e III.
- D. II e IV.

Resposta: letra A.

**4.17.16** Uma linha de transmissão trifásica possui uma impedância de sequência positiva por unidade de comprimento  $z=j0,04 \Omega$  e uma admitância de sequência positiva por unidade de comprimento  $y=j10^{-4}S$ . O comprimento da LT é de 100 km e os parâmetros ABCD do quadripolo são dados por:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$

Onde:  $V_S$  e  $I_S$  são, respectivamente, a tensão e a corrente no terminal emissor, e  $V_R$  e  $I_R$  são, respectivamente, a tensão e a corrente no terminal receptor. Os valores dos elementos da matriz de quadripolos para esta linha são dados por:

- A.  $A=1,02$ ;  $B=j \ 4$ ;  $C=j \ 0,01 \ S$ ;  $D=A$ .
- B.  $A=1,02$ ;  $B=j \ 4$ ;  $C=j \ 0,01$ ;  $D=A$ .
- C.  $A=1,02$ ;  $B=j \ 4$ ;  $C=j \ 0,01 \ S$ ;  $D=0,98$ .
- D.  $A=0,98$ ;  $B=j \ 4$ ;  $C=j \ 0,01 \ S$ ;  $D=A$ .
- E.  $A=0,98$ ;  $B=j \ 0,001$ ;  $C=j \ 4$ ;  $D=A$ .

Resposta: letra D.

**4.17.17** Julgue os itens que se seguem acerca de transmissão de energia elétrica em regime permanente à frequência industrial.

- a) Modelos de linhas de transmissão curtas, utilizados para estudos de transmissão de energia elétrica, são normalmente representados por um circuito elétrico que contém um resistor e um indutor em série.
- b) Em modelos de linhas de transmissão longas, o efeito capacitivo da linha deve ser considerado.
- c) Linhas aéreas de extra-alta tensão utilizam, em geral, cabos de alumínio e de cobre como elementos condutores.

Respostas: a) certo, b) certo, c) certo.

**4.17.18** Uma linha de distribuição a vazio é energizada a partir de seu terminal emissor. Após atingir o regime permanente, o valor RMS da tensão no terminal em aberto é igual a duas vezes o valor da tensão aplicada no outro terminal.

Considerando a linha sem perdas, o comprimento elétrico dessa linha, em radianos, é:

- A.  $\frac{\pi}{12}$
- B.  $\frac{\pi}{6}$
- C.  $\frac{\pi}{4}$
- D.  $\frac{\pi}{3}$
- E.  $\frac{\pi}{2}$

Resposta: letra D.

**4.17.19** Considerando que, nos sistemas de transmissão e distribuição de energia elétrica em CA, encontram-se os mais diversos tipos de carga, julgue os próximos itens, acerca de equipamentos elétricos e cargas elétricas.

- a) Para que duas linhas de transmissão trifásica sejam conectadas em paralelo, é necessário que elas tenham os mesmos parâmetros elétricos (resistência, indutância e capacitância).
- b) A capacidade de transmissão de um sistema elétrico pode ser melhorada trocando-se componentes antigos por outros similares de tecnologias mais recentes. É o que se denomina retrofit. Um exemplo dessa prática é a substituição das torres

de linhas de transmissão, o que aumenta a capacidade de uma linha em mais de 50 % do seu valor nominal.

Respostas: a) errado, b) errado.

**4.17.20** Num estudo de regime permanente relativo à energização de uma linha de transmissão deve(m)-se determinar:

- A. O perfil das tensões na linha.
- B. O aumento da temperatura dos condutores.
- C. O amortecimento das oscilações eletromecânicas.
- D. A perda ôhmica na linha.
- E. As sobrevelocidades alcançadas pelas turbinas.

Resposta: letra A.

# OPERAÇÃO DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO EM REGIME TRANSITÓRIO

## 5.1 Introdução

Neste capítulo são abordados os fenômenos transitórios a partir dos conceitos de propagação de ondas eletromagnéticas em linhas de transmissão.

## 5.2 Transitórios em Linhas Monofásicas

As sobretensões transitórias em sistemas de potência podem ser originadas internamente ou externamente ao sistema. Por exemplo, as descargas atmosféricas têm origem externa e as operações de chaveamento têm origem no próprio sistema de potência. O nível de isolamento das LTs e dos equipamentos é função da tensão de operação, como mostra a tabela 5.1.

**Tabela 5.1 – Causas para o nível de isolamento**

Tensão (kV)	Determinante do nível de isolamento da LT
$V \leq 230$	Descargas atmosféricas
$230 < V \leq 700$	Descargas atmosféricas e operações de chaveamento
$V > 700$	Operações de chaveamento

### 5.3 Ondas Viajantes

Quando uma descarga atmosférica atinge os cabos para-raios ou os condutores da LT, provoca uma injeção de corrente que se divide ao meio e desloca-se em sentidos opostos, como mostrado na figura 5.1.

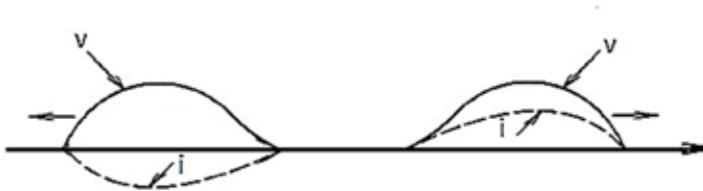


Figura 5.1 - Ondas viajantes

A linha de transmissão será aqui representada pelo modelo com parâmetros distribuídos, desenvolvido no capítulo anterior.

Uma linha sem perdas é uma boa representação para linhas de alta frequência, nas quais  $\omega L$  e  $\omega C$  são muito maiores quando comparados a  $R$  e  $G$ , da linha, respectivamente. Para surtos causados por descargas atmosféricas em uma linha de transmissão, o estudo de uma linha sem perdas é uma simplificação que permite compreender alguns fenômenos de forma mais objetiva, apesar de ser um estudo aproximado.

Uma linha sem perdas é mostrada na figura 5.2.

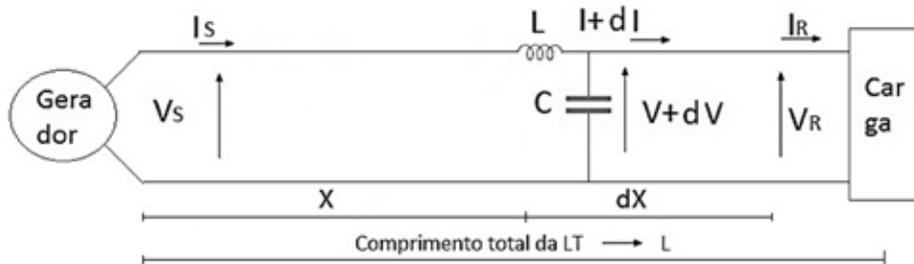


Figura 5.2 - LT sem perdas

Como estamos interessados em estudar as ondas viajantes de tensão e corrente ao longo da LT, selecionamos a direção em que  $x$  aumenta a partir da barra emissora ( $x = 0$ ) em direção à barra receptora ( $x = l$ ).

As equações dos telegrafistas, (4.14) e (4.15), desenvolvidas no capítulo anterior, sem considerar as perdas, são dadas por,

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \quad (5.2)$$

As equações (5.1) e (5.2) são chamadas de equações de ondas viajantes para uma LT sem perdas.

As equações (5.1) e (5.2) são resolvidas usando a transformada de Laplace e como nessas condições  $s$  é apenas um parâmetro, as derivadas parciais em  $x$  são substituídas por derivadas totais. Lembrando que a transformada de Laplace de  $f''(t)$  é  $s^2 f(s) - sf'(0) - f'(0)$ , onde condições iniciais nulas são assumidas, vem:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = s^2 LCV(x, s) \quad (5.3)$$

$$\frac{d^2 I}{dx^2} = s^2 LCI(x, s) \quad (5.4)$$

As soluções são similares àsquelas obtidas no capítulo anterior, com a referência da direção de  $x$  invertida, e dadas por:

$$V(x, s) = A_1(s)e^{-\left(\frac{sx}{v}\right)} + A_2(s)e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = V_i(x, s) + V_r(x, s) \quad (5.5)$$

$$I(x, s) = \frac{A_1(s)}{Z(s)} e^{-\left(\frac{sx}{v}\right)} - \frac{A_2(s)}{Z(s)} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = I_i(x, s) + I_r(x, s) \quad (5.6)$$

Onde:

$v$  é a velocidade de propagação da onda;

$V_i(x, s)$  e  $I_i(x, s)$  são ondas se propagando na direção do crescimento de  $x$  – ondas progressivas ou incidentes;

$V_r(x, s)$  e  $I_r(x, s)$  são ondas se propagando na direção negativa de  $x$  – ondas regressivas ou refletidas.

Das equações (5.5) e (5.6), obtemos:

$$Z(s) = \frac{V_i(x, s)}{I_i(x, s)} = Z_C = \sqrt{\left(\frac{L}{C}\right)} \quad (5.7)$$

$$Z(s) = \frac{V_r(x, s)}{I_r(x, s)} = -\sqrt{\left(\frac{L}{C}\right)} \quad (5.8)$$

Se para a corrente  $I_r$  escolhermos o sentido positivo como sendo o da onda que se desloca para trás, não teríamos os sinais negativos nas equações (5.6) e (5.8).

## 5.4 Análise de Transitórios: Reflexões em uma Descontinuidade

Quando duas ondas viajantes se encontram em uma descontinuidade (curto-circuito, circuito aberto, um cabo, outra LT, enrolamento de uma máquina etc.) propagando-se em direções contrárias, elas se adicionam e, após passarem uma pela outra, as ondas continuam com a forma e magnitude originais (linhas sem perdas) e, portanto, podem ser analisadas separadamente, obedecendo ao princípio da superposição.

Na descontinuidade, a onda que vai na direção da mesma é a onda incidente. Uma parte da onda é refletida de

volta (onda refletida) e uma parte da onda é transmitida (onda refratada).

A figura 5.3 mostra uma onda progressiva de tensão  $V_i(x, s)$  acompanhada por uma onda progressiva de corrente  $I_i(x, s)$ , incidindo em uma impedância concentrada  $Z(s)$  que representa uma descontinuidade localizada em  $x = 0$ . A razão entre tensão e corrente no ponto  $x = 0$  é:

$$\frac{V(0, s)}{I(0, s)} = Z(s) \quad (5.9)$$

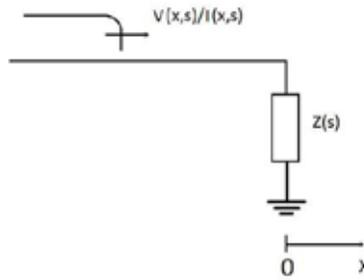


Figura 5.3 - Ponto de descontinuidade com impedância  $Z(s)$

As ondas incidentes e refletidas de tensão e corrente no ponto de descontinuidade são dadas por:

$$V_i(0, s) = A_1(s) \quad (5.10)$$

$$I_i(0, s) = \frac{A_1(s)}{Z_C} \quad (5.11)$$

$$V_r(0, s) = A_2(s) \quad (5.12)$$

$$I_r(0, s) = -\frac{A_2(s)}{Z_C} \quad (5.13)$$

Portanto,

$$V(0, s) = V_i(0, s) + V_r(0, s) = A_1(s) + A_2(s) \quad (5.14)$$

$$I(0, s) = I_i(0, s) + I_r(0, s) = \frac{A_1(s)}{Z_C} - \frac{A_2(s)}{Z_C} \quad (5.15)$$

Dividindo a equação (5.14) pela equação (5.15) e tirando o valor de  $A_2(s)$ , temos:

$$A_2(s) = \frac{Z(s) - Z_C}{Z(s) + Z_C} A_1(s) \quad (5.16)$$

$$V_r(0, s) = \frac{Z(s) - Z_C}{Z(s) + Z_C} V_i(0, s) = \rho_{RV} V_i(0, s) \quad (5.17)$$

Onde:

$$\rho_{RV} = \frac{V_r(0, s)}{V_i(0, s)} = \frac{Z(s) - Z_C}{Z(s) + Z_C} \quad (5.18)$$

é o coeficiente de reflexão de tensão.

Da equação (5.4), temos:

$$V(0, s) = A_1(s) + A_2(s) = \left(1 + \frac{Z(s) - Z_C}{Z(s) + Z_C}\right) A_1(s) \quad (5.19)$$

$$V(0, s) = \left(\frac{2Z(s)}{Z(s) + Z_C}\right) A_1(s) = \rho_{ReV} V_i(0, s) \quad (5.20)$$

Onde:

$$\rho_{ReV} = \frac{V(0, s)}{V_i(0, s)} = \left(\frac{2Z(s)}{Z(s) + Z_C}\right) \quad (5.21)$$

é o coeficiente de refração de tensão.

Para a corrente, os coeficientes de reflexão e refração são:

$$\rho_{RI} = \frac{I_r(0, s)}{I_i(0, s)} = \frac{\frac{A_2(s)}{Z_C}}{A_1(s)} = -\frac{(Z(s) - Z_C)}{Z(s) + Z_C} \quad (5.22)$$

$$\rho_{ReI} = \frac{I(0, s)}{I_i(0, s)} = \frac{\left(\frac{A_1(s)}{Z_C} - \frac{A_2(s)}{Z_C}\right)}{\left(\frac{A_1(s)}{Z_C}\right)} = \frac{\left(A_1(s) - \frac{(Z(s) - Z_C)}{Z(s) + Z_C} A_1(s)\right)}{A_1(s)} = \left(\frac{2Z_C}{Z(s) + Z_C}\right) \quad (5.23)$$

A tabela 5.2 resume os coeficientes de reflexão e refração para um ponto com descontinuidade terminado em  $Z(s)$ .

**Tabela 5.2 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação  $Z(s)$**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	$\frac{Z(s) - Z_C}{Z(s) + Z_C}$	$\left(\frac{2Z(s)}{Z(s) + Z_C}\right)$
Corrente	$-\frac{(Z(s) - Z_C)}{Z(s) + Z_C}$	$\left(\frac{2Z_C}{Z(s) + Z_C}\right)$

#### 5.4.1 Terminação resistiva

Quando a terminação for resistiva, a tabela 5.2 pode ser modificada de tal forma que  $Z(s) = R$ .

**Tabela 5.3 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação  $R$**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	$\frac{R - Z_C}{R + Z_C}$	$\left(\frac{2R}{R + Z_C}\right)$
Corrente	$-\frac{(R - Z_C)}{R + Z_C}$	$\left(\frac{2Z_C}{R + Z_C}\right)$

Quando no ponto de descontinuidade tivermos um circuito aberto ( $R \rightarrow \infty$ ), os coeficientes de reflexão e refração são modificados da seguinte maneira:

$$\rho_{RV_{R \rightarrow \infty}} = \frac{1 - Z_C/R}{1 + Z_C/R} = 1 \quad (5.24)$$

$$\rho_{ReV_{R \rightarrow \infty}} = \left(\frac{2}{1 + Z_C/R}\right) = 2 \quad (5.25)$$

$$\rho_{RI_{R \rightarrow \infty}} = -\frac{\left(1 - \frac{Z_C}{R}\right)}{1 + \frac{Z_C}{R}} = -1 \quad (5.26)$$

$$\rho_{ReV_{R \rightarrow \infty}} = \left(\frac{2Z_C/R}{1 + Z_C/R}\right) = 0 \quad (5.27)$$

A tabela modificada é mostrada a seguir.

**Tabela 5.4 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação em circuito aberto**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	1	2
Corrente	-1	0

Para o caso onde a terminação é um curto-circuito  $R \rightarrow 0$ , temos:

$$\rho_{RV_{R \rightarrow 0}} = \frac{1 - Z_C/R}{1 + Z_C/R} = -1 \quad (5.28)$$

$$\rho_{ReV_{R \rightarrow 0}} = \left(\frac{2}{1 + Z_C/R}\right) = 0 \quad (5.29)$$

$$\rho_{RI_{R \rightarrow 0}} = -\frac{\left(1 - \frac{Z_C}{R}\right)}{1 + \frac{Z_C}{R}} = 1 \quad (5.30)$$

$$\rho_{ReV_{R \rightarrow 0}} = \left(\frac{2Z_C/R}{1 + Z_C/R}\right) = 2 \quad (5.31)$$

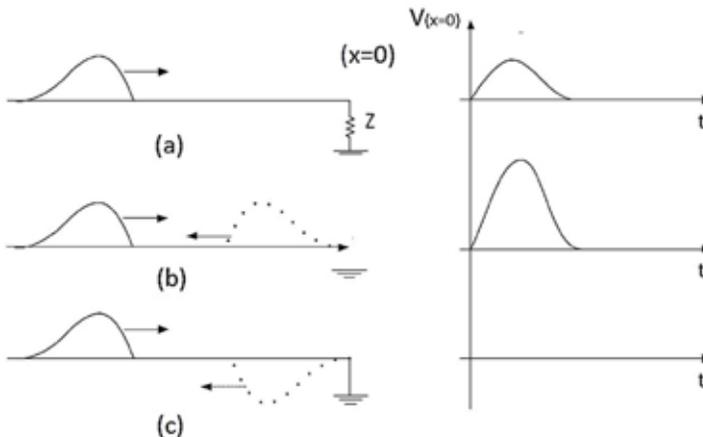
A tabela modificada é mostrada a seguir.

**Tabela 5.5 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação em curto-circuito**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	-1	0
Corrente	1	2

Nesse caso (curto-circuito), quem dobra de valor após a incidência é a corrente refratada.

A figura 5.4 mostra o comportamento da onda de tensão após trafegar em uma linha de transmissão em direção às terminações terminadas em  $R$ , circuito aberto e curto-circuito. A figura 5.4(a) mostra que a tensão no terminal é a mesma da tensão incidente, devido ao fato de a resistência do terminal ser igual a impedância de surto ( $R = Z_C$ ). A figura 5.4(b) mostra que a tensão no terminal aberto é o dobro da tensão incidente. A figura 5.4(c) mostra que a tensão refletida é igual e tem sinal contrário ao da onda incidente quando o terminal está em curto-circuito.



**Figura 5.4 – Onda de tensão em terminações**

### 5.4.2 Terminação indutiva

Quando a terminação for indutiva, como mostra a figura 5.5, as ondas refletidas e refratadas terão deformações, pois agora os coeficientes de reflexão e refração são dependentes da frequência, como mostrado a seguir.

$$V = L \frac{di}{dt} \quad (5.32)$$

Fazendo a transformada de Laplace da equação (5.32), com condições iniciais iguais a zero, temos:

$$V(s) = sLI(s) \quad (5.33)$$

Portanto, a impedância  $Z(s) = sL$ . Na tabela 5.6, são mostrados os coeficientes de reflexão e refração para a terminação indutiva.

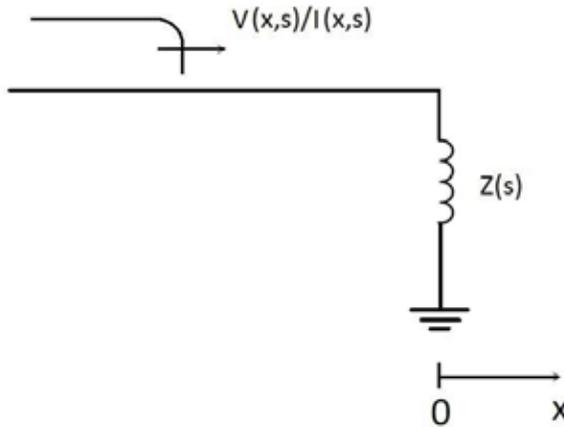


Figura 5.5 - Terminação indutiva

**Tabela 5.6 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação  $L$**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	$\frac{sL - Z_C}{sL + Z_C}$	$\left(\frac{2sL}{sL + Z_C}\right)$
Corrente	$-\frac{(sL - Z_C)}{sL + Z_C}$	$\left(\frac{2Z_C}{sL + Z_C}\right)$

Supondo um degrau unitário incidindo na terminação indutiva em  $(t = 0)$ , as ondas de tensão e corrente refletidas podem ser escritas como:

$$V_r(x, s) = A_2(s)e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = \left(\frac{sL - Z_C}{sL + Z_C}\right) A_1(s)e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = \left(\frac{sL - Z_C}{sL + Z_C}\right) \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) \quad (5.34)$$

$$I_r(x, s) = -\left(\frac{A_2(s)}{Z_C}\right) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = -\left(\frac{sL - Z_C}{sL + Z_C}\right) \frac{1}{Z_C} \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) \quad (5.35)$$

A tensão  $V_r(x, s)$  pode ser colocada na seguinte forma:

Dividindo o termo do segundo membro por  $L$ , vem:

$$V_r(x, s) = \left(\frac{s - \frac{Z_C}{L}}{s + \frac{Z_C}{L}}\right) \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) = \left(\frac{(2s - s) - \frac{Z_C}{L}}{s + \frac{Z_C}{L}}\right) \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) = \left(\frac{2}{s + \frac{Z_C}{L}} - \frac{1}{s}\right) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} \quad (5.36)$$

Fazendo a transformada inversa de Laplace, temos:

$$V_r(x, t) = 2e^{\left(-\frac{Z_C}{L}\left(t + \frac{x}{v}\right)\right)} u\left(t + \frac{x}{v}\right) - u\left(t - \frac{x}{v}\right) \quad (5.37)$$

A linha está localizada no intervalo  $(-\infty, 0)$ ; sendo assim, a tensão refletida em um ponto qualquer da linha  $(x = -X, 0, \text{com } X > 0)$  é:

$$V_r(-X, t) = 2e^{\left(-\frac{Z_C}{L}\left(t - \frac{X}{v}\right)\right)} u\left(t - \frac{X}{v}\right) - u\left(t + \frac{X}{v}\right) \quad (5.38)$$

No gráfico da figura 5.6 é mostrada a tensão refletida na terminação indutiva.

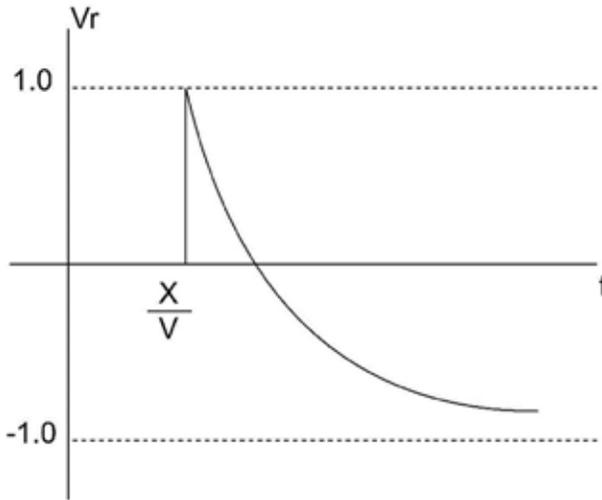


Figura 5.6 - Onda refletida de tensão: terminação indutiva

A corrente refletida é mostrada no gráfico da figura 5.7.

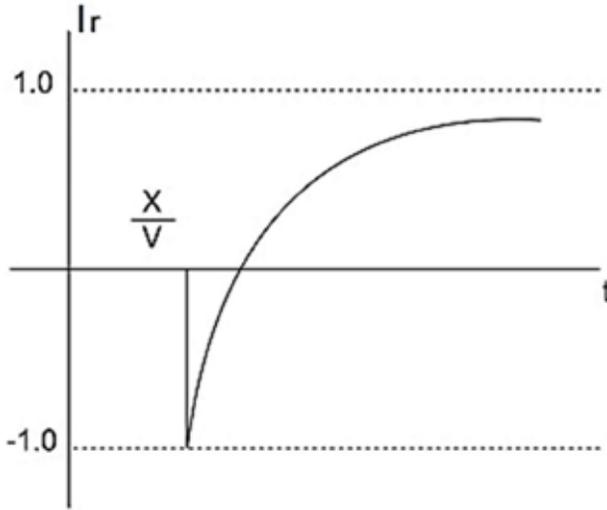


Figura 5.7 - Onda refletida de corrente: terminação indutiva

A tensão sobre o indutor é a tensão refratada e pode ser determinada por:

$$V(0, s) = V_i(0, s) + V_r(0, s) = A_1(s) + A_2(s) = \left(1 + \frac{sL - Z_C}{sL + Z_C}\right) A_1(s) = \left(\frac{2s}{sL + Z_C}\right) \frac{1}{s} = \left(\frac{2}{s + \frac{Z_C}{L}}\right) \quad (5.39)$$

Fazendo a inversa de Lapalace da equação (5.39), obtemos:

$$V(t) = 2e^{-\left(\frac{Z_C}{L}t\right)}u(t) \quad (5.40)$$

Essa expressão mostra que inicialmente o indutor se comporta como um circuito aberto  $t \rightarrow 0$  e depois como um curto-circuito para  $t \rightarrow \infty$ , como mostrado na figura 5.8.

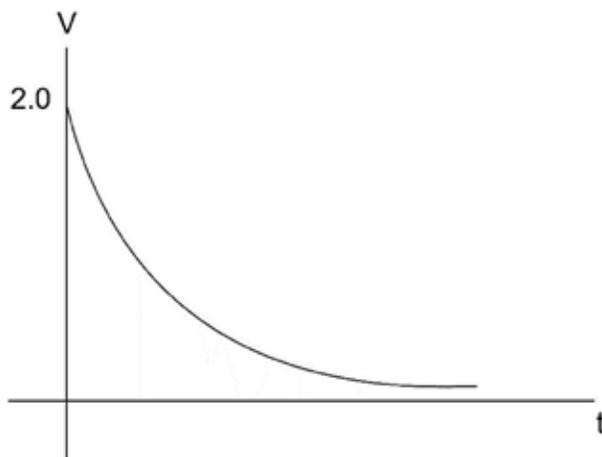


Figura 5.8 - Tensão sobre o indutor

### 5.4.3 Terminação capacitiva

Utilizando um desenvolvimento similar ao indutor, pode-se analisar o comportamento de ondas incidentes em um ponto de descontinuidade que tem um capacitor, como mostrado na figura 5.9.

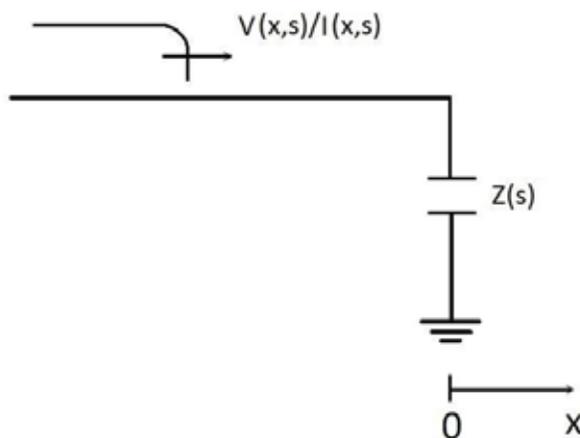


Figura 5.9 - Terminação capacitiva

A equação que relaciona tensão e corrente em um capacitor é dada por:

$$I = C \frac{dV}{dt} \tag{5.41}$$

Fazendo a transformada de Laplace da equação (5.32), com condições iniciais iguais a zero, temos:

$$I(s) = CsV(s) \tag{5.42}$$

Portanto,

$$Z(s) = \frac{V(s)}{I(s)} = \frac{1}{sC} \tag{5.43}$$

Na tabela 5.7 são mostrados os coeficientes de reflexão e refração para a terminação capacitiva.

**Tabela 5.7 – Coeficientes de reflexão e refração: terminação C**

	Coeficiente de reflexão	Coeficiente de refração
Tensão	$\frac{\frac{1}{sC} - Z_c}{\frac{1}{sC} + Z_c}$	$\left( \frac{2 \frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + Z_c} \right)$
Corrente	$-\frac{(\frac{1}{sC} - Z_c)}{\frac{1}{sC} + Z_c}$	$\left( \frac{2Z_c}{\frac{1}{sC} + Z_c} \right)$

Supondo um degrau unitário incidindo na terminação capacitiva em  $(t = 0)$ , as ondas de tensão e corrente refletidas podem ser escritas como:

$$V_r(x, s) = A_2(s) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = \left(\frac{\frac{1}{sC} - Z_C}{\frac{1}{sC} + Z_C}\right) A_1(s) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = \left(\frac{\frac{1}{sC} - Z_C}{\frac{1}{sC} + Z_C}\right) \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) \quad (5.44)$$

$$I_r(x, s) = -\left(\frac{A_2(s)}{Z_C}\right) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} = -\left(\frac{\frac{1}{sC} - Z_C}{\frac{1}{sC} + Z_C}\right) \frac{1}{Z_C} \left(\frac{1}{s} e^{\left(\frac{sx}{v}\right)}\right) \quad (5.45)$$

A tensão  $V_r(x, s)$  pode ser colocada na seguinte forma:

$$V_r(x, s) = \left(\frac{1}{s} - \frac{2}{2 + \frac{1}{CZ_C}}\right) e^{\left(\frac{sx}{v}\right)} \quad (5.46)$$

Fazendo a transformada inversa de Laplace, obtemos:

$$V_r(x, t) = u\left(t + \frac{x}{v}\right) - 2e^{-\left(\frac{1}{CZ_C}\left(t + \frac{x}{v}\right)\right)} u\left(t + \frac{x}{v}\right) \quad (5.47)$$

A linha está localizada no intervalo  $(-\infty, 0)$ ; sendo assim, a tensão refletida em um ponto qualquer da linha ( $x = -X, 0$ , com  $X > 0$ ) é:

$$V_r(-X, t) = u\left(t - \frac{X}{v}\right) - 2e^{-\left(\frac{1}{CZ_C}\left(t - \frac{X}{v}\right)\right)} u\left(t - \frac{X}{v}\right) \quad (5.48)$$

No gráfico da figura 5.10 é mostrada a tensão refletida na terminação capacitiva.

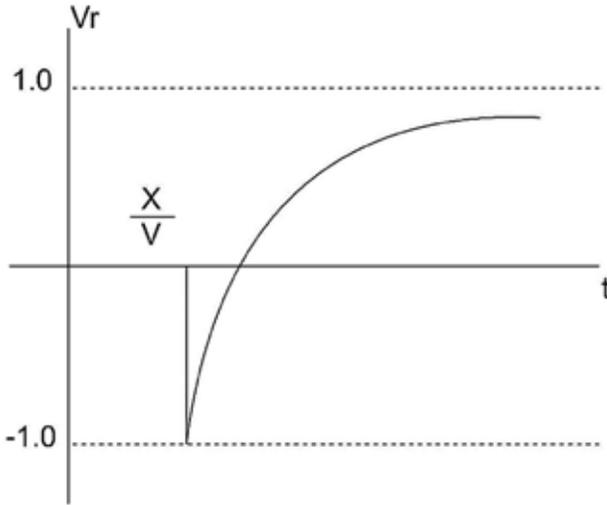


Figura 5.10 – Onda refletida de tensão: terminação capacitiva

A tensão sobre o capacitor é a tensão refratada e pode ser determinada por:

$$V(0, s) = V_i(0, s) + V_r(0, s) = A_1(s) + A_2(s) = \left( 1 + \frac{\frac{1}{sC} - Z_C}{\frac{1}{sC} + Z_C} \right) A_1(s) = \left( \frac{2\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + Z_C} \right) \frac{1}{s} = 2 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s + CZ_C} \right) \quad (5.49)$$

Fazendo a inversa de Laplace da equação (5.49), obtemos:

$$V(t) = 2u(t) - 2e^{-\left(\frac{t}{CZ_C}\right)}u(t) \quad (5.50)$$

Essa expressão mostra que inicialmente o indutor se comporta como um circuito-circuito  $t \rightarrow 0$  e depois como um curto aberto para  $t \rightarrow \infty$ , como mostra a figura 5.11.

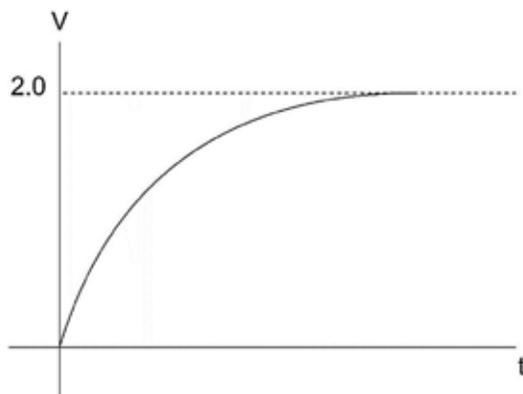


Figura 5.11 - Tensão sobre o capacitor

## 5.5 Diagrama de Bewley

Um diagrama de treliças desenvolvido por L. V. Bewley organiza convenientemente as reflexões que ocorrem durante os transitórios da linha de transmissão.

### Exemplo 5.1

Uma fonte CC de 150 V com resistência desprezível é ligada através de uma chave a uma LT sem perdas que tem impedância característica de 60 ohm. A LT termina com uma resistência de 120 ohm. Faça um gráfico da tensão nos terminais do resistor até cinco vezes o tempo necessário para que a onda de tensão percorra todo o comprimento da LT. O tempo de trânsito na LT é  $T$ .

**Solução:**

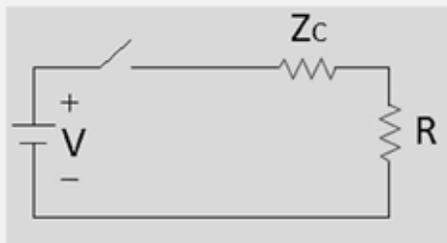


Figura 5.12 - Circuito para o exemplo 5.1

Cálculo dos coeficientes de reflexão:

Coefficiente de reflexão na resistência:

$$V_r = \frac{R - Z_C}{R + Z_C} V_i = \rho_{RV} V_i$$

$$\rho_{RV} = \frac{120 - 60}{120 + 60} = \frac{1}{3}$$

Coefficiente de reflexão na fonte:

$$\rho_{SV} = \frac{0 - 60}{0 + 60} = -1$$

Diagrama de Bewley:

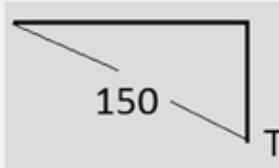


Figura 5.13 - Tensão no tempo T

Cálculo da tensão refletida no receptor:

$$V_r = \frac{1}{3} V_i = \frac{1}{3} 150 = 50 \text{ V}$$

A tensão total no terminal receptor é mostrada na figura 5.14:

$$V_{rT} = 150 + 50 = 200 \text{ V}$$

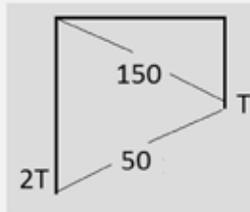


Figura 5.14 - Tensão total no receptor

A tensão refletida no emissor:

$$V_{ri} = -V_i = -50 \text{ V}$$

A figura 5.15 mostra a tensão total no terminal emissor para o tempo 2T.

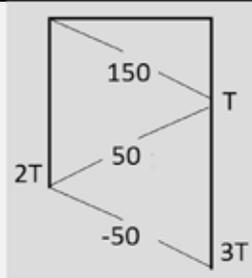


Figura 5.15 - Tensão refletida no terminal emissor

A tensão total no terminal receptor é mostrada na figura 5.16.

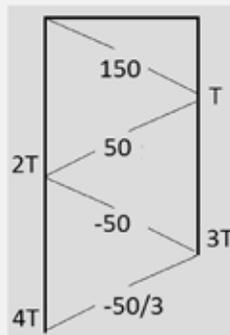


Figura 5.16 - Tensão total no terminal receptor para 3T

$$V_{r3T} = 200 - 50 - \frac{50}{3} = 133.3333 \text{ V}$$

A tensão total no terminal emissor para 4T é mostrada na figura 5.17.

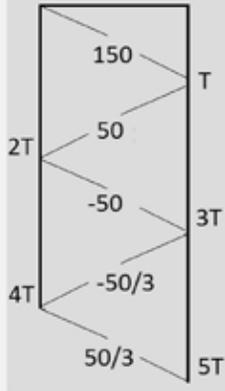


Figura 5.17 - Tensão total no terminal emissor para 4T

A tensão total no terminal receptor para 5T é mostrada na figura 5.18.

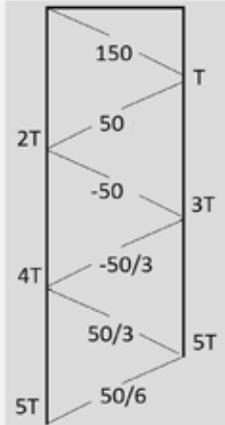


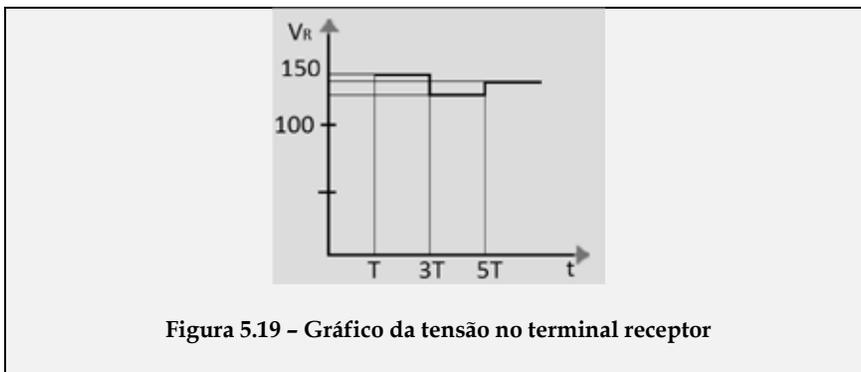
Figura 5.18 - Tensão total no terminal receptor para 5T

$$V_{r5T} = 133.3333 + \frac{50}{6} = 141.6666 \text{ V}$$

Obviamente a tensão no terminal receptor tende para:

$$V_R = 150 - (60) \times \frac{150}{60 + 120} = 100 \text{ V}$$

O gráfico da tensão no receptor é mostrado na figura 5.19.



## 5.6 Sobretensões de Origem Atmosférica

Existem três tipos de descargas elétricas possíveis que podem acontecer: no interior das nuvens, entre nuvens e entre as nuvens e o solo, sendo esse último tipo de descarga elétrica o que interessa para o sistema de potência, como mostra a figura 5.20.

Os diversos estudos sobre a modelagem de surtos atmosférico no sistema elétrico usam o impulso exponencial.



Figura 5.20 - Raio entre nuvem e solo atingindo uma torre de transmissão

A onda padronizada do teste de isolamento a impulso, de uma forma geral, é mostrada na figura 5.21.

Essa representação pode ser vista na forma de impulsos de corrente ou de tensão.

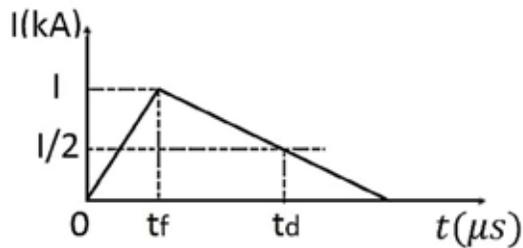


Figura 5.21 - Onda padronizada de impulso atmosférico

Onde:

$I$  é a intensidade de corrente;

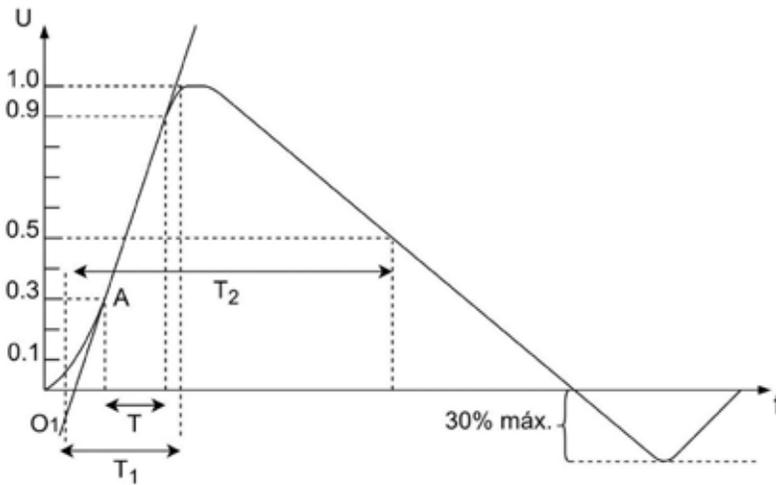
$t_f$  é o tempo de frente da onda;

$t_d$  é o tempo de cauda da onda.

O tempo de subida é de  $1.2 \mu s$  e o tempo de cauda é de  $50 \mu s$ , até reduzir-se a 50 % do valor de pico.

Para a padronização dos estudos e testes, as normas estabelecem as variáveis existentes nas curvas e valores para as mesmas.

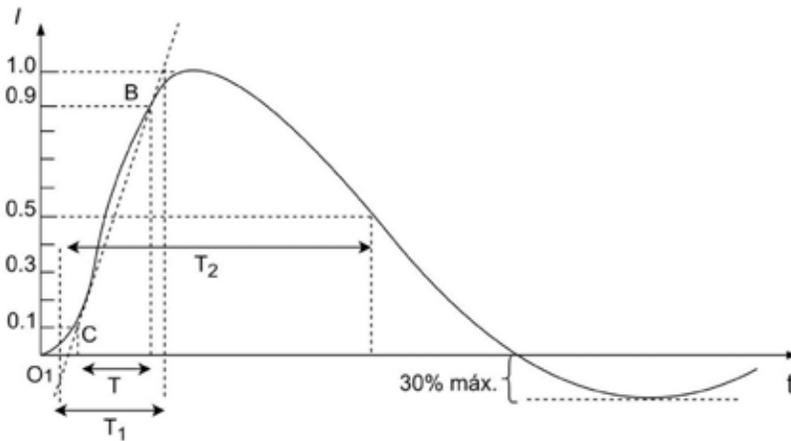
De acordo com a norma IEC 60060-1, para uma onda de tensão, a origem virtual  $O_1$  é o ponto que a linha imaginária que atravessa os pontos de 30 % e 90 % do valor de pico alcança o eixo do tempo. Para uma onda de corrente, a linha imaginária atravessa os pontos de 10 % e 90 % do valor de pico e, no cruzamento com o eixo do tempo, tem-se a origem virtual. Esses pontos podem ser visualizados nas figuras 5.22 e 5.23.



Tempo de frente de onda  $T_1 = 1.67 \times T = 1.2 \mu s \pm 30 \%$

Tempo de cauda  $T_2 = 50 \mu s \pm 20 \%$

Figura 5.22 - Forma de onda padrão do surto de tensão (1,2/50  $\mu s$ )



Tempo de frente de onda  $T_1 = 1,25 \times T = 8 \mu\text{s} \pm 20 \%$

Tempo de cauda  $T_2 = 20 \mu\text{s} \pm 20 \%$

Figura 5.23 - Forma de onda padrão do surto de corrente (8/20  $\mu\text{s}$ )

Ainda de acordo com essa norma, o tempo de frente de onda  $T_1$  é, para um surto de tensão, definido como 1,67 vezes o intervalo de tempo entre os instantes de 30 % e 90 % do valor de pico. E para um surto de corrente, é definido como 1,25 vezes o intervalo de tempo entre os instantes de 10 % e 90 % do valor de pico.

O tempo de cauda  $T_2$  é o intervalo de tempo entre a origem virtual e o instante em que os valores de tensão ou corrente chegarem à metade do valor de pico.

O tempo de frente padrão para uma onda de tensão é de  $1,2 \mu\text{s}$  e o tempo de cauda é de  $50 \mu\text{s}$ . As formas de onda padrão para impulsos atmosféricos seguem a teoria de ondas de surto da forma exponencial, como pode ser visto na figura 5.22.

O tempo de frente de onda de um surto padrão é de  $8 \mu\text{s}$  e o tempo de cauda é de  $20 \mu\text{s}$ , como pode ser visto na figura 5.23.

Como se trata de um fenômeno da natureza, não é possível estabelecer regras universais para os tempos de frente de onda e de cauda. Mas há um comportamento válido para a maioria desses eventos. A maior parte desses eventos elétricos

apresenta tempos de frente de onda menores que tempos de cauda em uma proporção de duas ou mais vezes. Na verdade, o processo de normatização das formas de onda é apropriado às possibilidades técnicas apresentadas pelos diversos laboratórios de ensaios.

São definidos então valores para impulsos de corrente exponenciais em relação a tempo, valores de pico, polaridade reversa, energia e tolerâncias dos limites.

As normas IEC 60099-4 e IEC 60060-1 se diferem nos limites de cada variável de acordo com as tabelas 5.8 e 5.9.

**Tabela 5.8 - Impulsos exponenciais padrões da norma IEC 60060-1**

Forma de onda	Tempo de frente	Tempo de cauda	Valor de pico	Polaridade reversa
1/20	$1\mu s \pm 10\%$	$20\mu s \pm 10\%$	$\pm 10\%$	20%
4/10	$4\mu s \pm 10\%$	$10\mu s \pm 10\%$	$\pm 10\%$	20%
8/20	$8\mu s \pm 10\%$	$20\mu s \pm 10\%$	$\pm 10\%$	20%
30/80	$30\mu s \pm 10\%$	$80\mu s \pm 10\%$	$\pm 10\%$	20%

**Tabela 5.9 - Impulsos exponenciais padrões da norma IEC 60099-4**

Forma de onda	Tempo de frente	Tempo de cauda	Valor de pico	Polaridade reversa
$\frac{1}{20}; 20\text{ kA}$	$0.9\mu s \leq T_1 \leq 1.1\mu s$	$20\mu s$	$\pm 5\%$	-
$\frac{4}{10}; 100\text{ kA}$	$3.5\mu s \leq T_1 \leq 4.5\mu s$	$9\mu s \leq T \leq 11\mu s$	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$
$\frac{8}{20}; 20\text{ kA}$	$7\mu s \leq T_1 \leq 9\mu s$	$20\mu s \pm 10\%$	$\pm 10\%$	-
$\frac{30}{80}; 40\text{ kA}$	$25\mu s \leq T_1 \leq 35\mu s$	$70\mu s \leq T \leq 90\mu s$	$\pm 10\%$	$\pm 20\%$

As diferenças entre as duas normas estão nos valores de tolerância.

### Exemplo 5.2

Com o ATPdraw, simule uma descarga atmosférica sobre a LT, mostrada na figura 5.24, usando o modelo JMarti. Depois, coloque um para-raios antes da LT e verifique a tensão depois da linha.

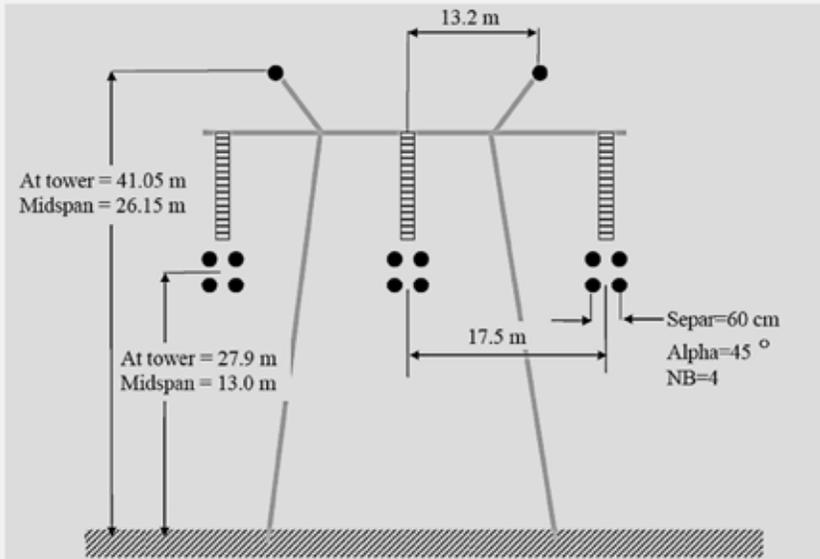


Figura 5.24 - LT para o exemplo 5.2

Os dados da LT são:

Resistência CC = 0.0585  $\Omega$ /km.

Diâmetro externo dos condutores = 3.105 cm.

Raio interno = 0.55 cm.

Os condutores dos cabos para-raios são de aço reforçado e os dados são:

Resistência CC = 0.304  $\Omega$ /km.

Diâmetro externo de cada cabo para-raios = 1.6 cm.

Raio interno = 0.3 cm.

A resistividade do solo é igual a 20  $\Omega$ -m. A separação dos subcondutores é de 60 cm.

#### Solução:

A fonte de impulso atmosférico utilizada foi a de Heidler.

O circuito no ATPdraw é mostrado na figura 5.25.

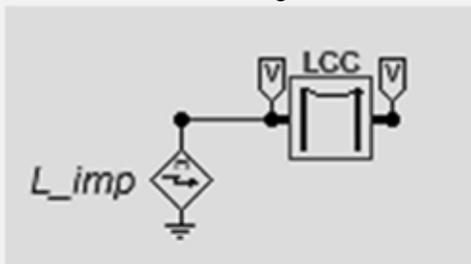


Figura 5.25 - Circuito no ATPdraw para exemplo 5.2

A tensão na fase A do terminal da LT é mostrada na figura 5.26.

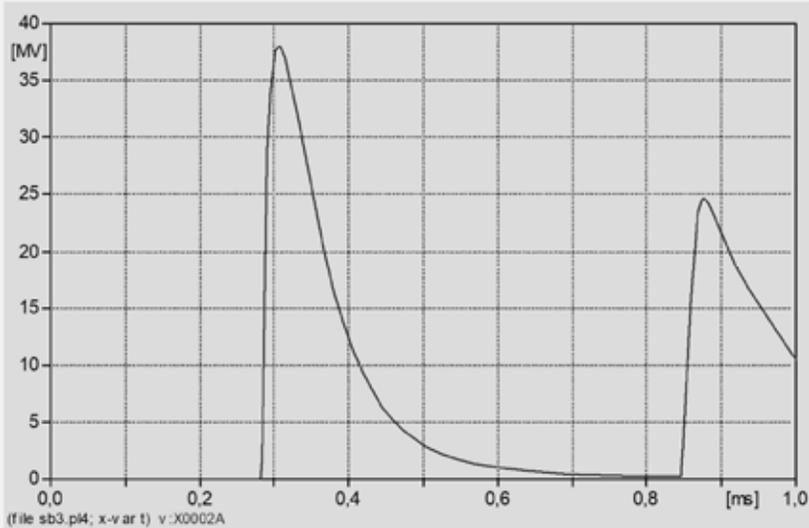


Figura 5.26 - Sobretensão na fase A

A corrente na fase A é mostrada na figura 5.27.

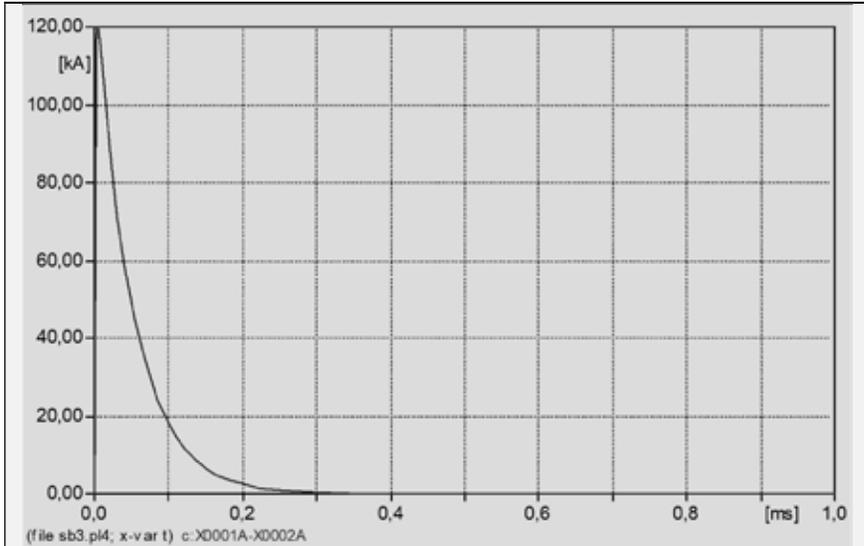


Figura 5.27 - Sobrecorrente na fase A

O circuito com o para-raios fica como na figura 5.28.

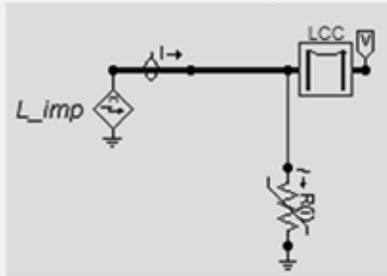
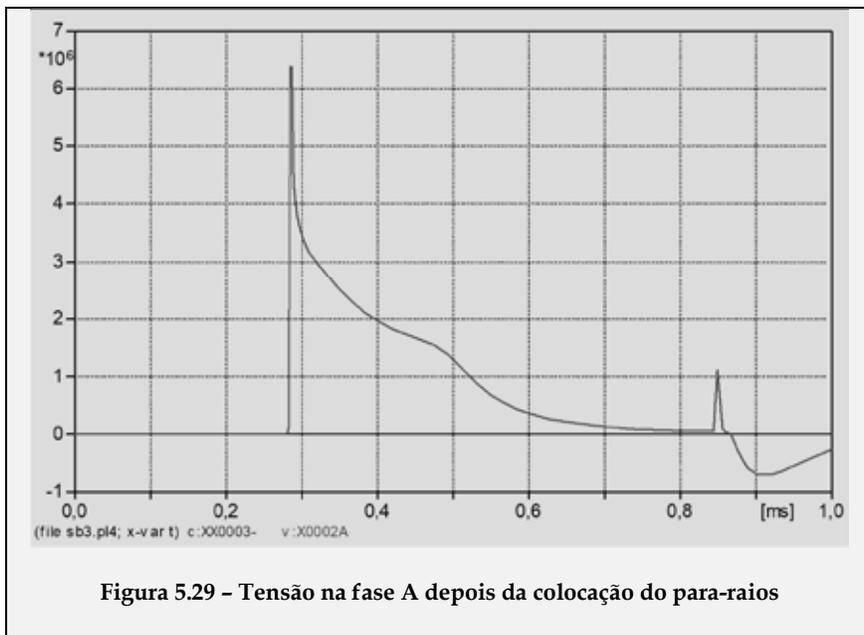


Figura 5.28 - Para-raios antes da LT

A tensão na fase A, depois da LT, é mostrada na figura 5.29.



## 5.7 Sobretensões de Chaveamento

É importante que as sobretensões causadas por energização e religamento de LTs com tensões de operação superiores a 345 kV sejam minimizadas, a fim de reduzir o nível de isolamento da LT e dos equipamentos do terminal aberto, onde se registram elevadas sobretensões. A redução dessas sobretensões é realizada, normalmente, com a inserção de resistores de pré-inserção instalados juntos a uma câmara dos disjuntores. O esquema de ligação de tais disjuntores é indicado na figura 5.30, onde a LT é energizada inicialmente, através do resistor R, pelo fechamento do contato auxiliar A do disjuntor. Após um pequeno período de tempo (6 a 10 ms), fecha-se o contato principal B do disjuntor, curto-circuitando o resistor e energizando a LT com a tensão da fonte. A escolha adequada do resistor reduz o nível das sobretensões de chaveamento.

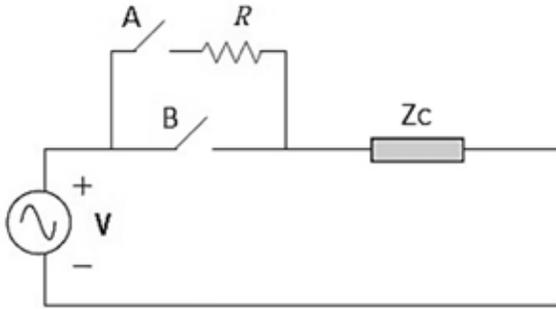


Figura 5.30 - Chaveamento de resistor de pré-inserção

O resistor de pré-inserção é ineficaz se ele for curto-circuitado antes do retorno à fonte da primeira onda refletida pelo terminal remoto. O resistor de pré-inserção somente é eficaz se este ficar inserido no circuito por um tempo superior a duas vezes o tempo de trânsito da LT. Além disso, ao curto-circuitarmos o resistor, novas sobretensões são introduzidas e elas aumentam com o valor do resistor. Em geral, o valor do resistor de pré-inserção varia de 250 a 450 ohm (faixa da impedância característica das LTs).

### Exemplo 5.3

Simule o chaveamento de uma resistência de 100 ohm e de outra de 251 ohm com uma LT trifásica usando o ATPdraw. A LT tem as seguintes características:

Tensão: 500 kV.

Frequência de operação: 60 Hz.

Resistividade do solo: 1.000 ohm-m.

Impedância de surto: 251 ohm.

Bitola dos cabos condutores: 636 MCM 26/7.

Número de subcondutores por fase: 4.

Número de cabos para-raios: 2.

Bitola dos cabos para-raios: Aço EHS 3/8" 7 fios.

Disposição dos condutores: horizontal.

Altura dos condutores em relação ao solo: 26.32 m.

Altura dos cabos para-raios em relação ao solo: 36.91 m.  
 Distância entre fases: a-b 11 m; b-c 11 m e c-a 22 m.  
 Distância entre os cabos para-raios: 16.78 m.  
 Flecha dos condutores: 2 m.  
 Flecha dos cabos para-raios: 1.5 m.

### Solução:

O modelo da LT utilizado foi o de Bergeron. Circuito no ATPdraw:

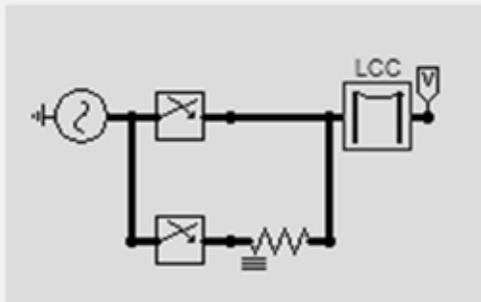


Figura 5.31 - Circuito em ATPdraw para o exemplo 5.3

Inserção da resistência de 100 ohm.

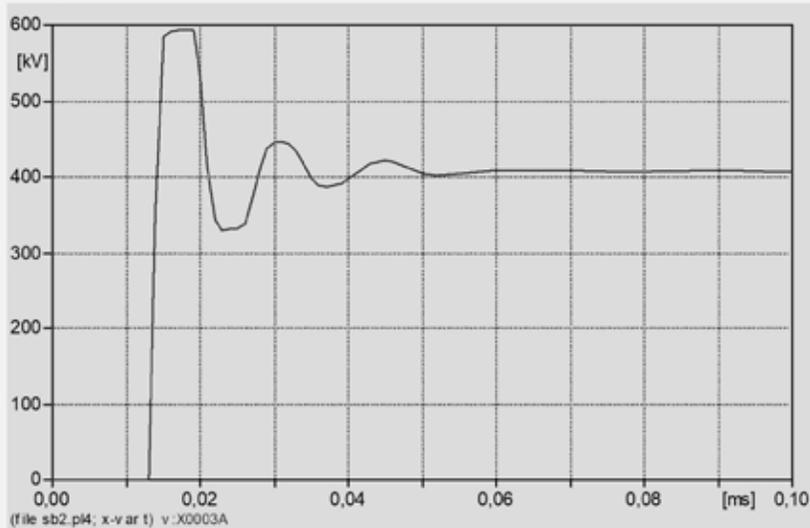
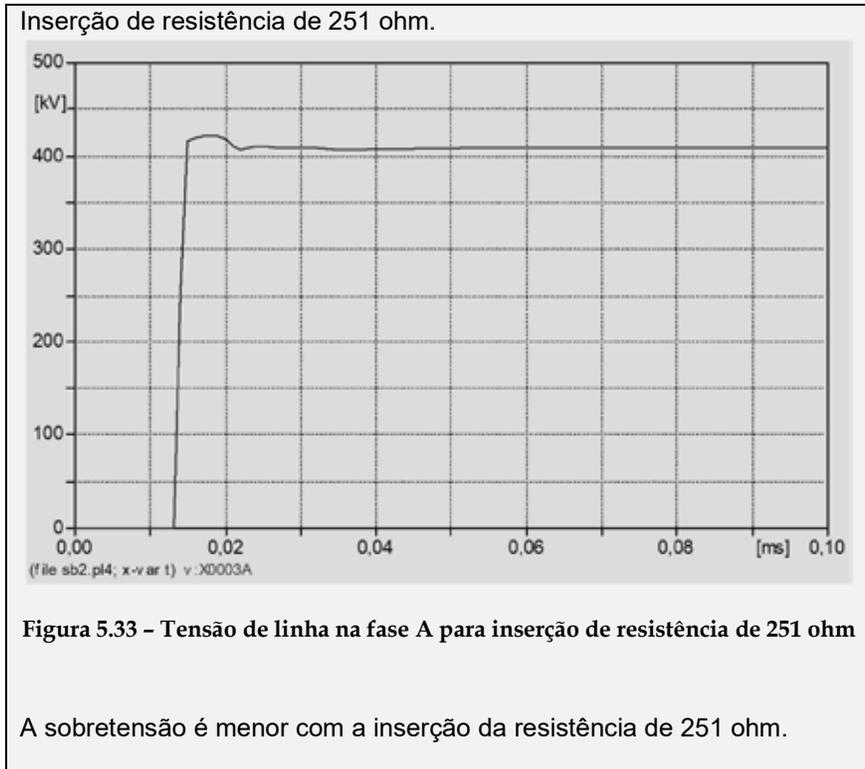


Figura 5.32 - Tensão de linha na fase A para inserção de resistência de 100 ohm



## 5.8 Exercícios

5.8.1 Explique o que são ondas viajantes.

Resposta: veja item 5.3.

5.8.2 As sobretensões de chaveamento são maiores do que as sobretensões causadas por descargas atmosféricas?

Resposta: veja item 5.2.

5.8.3 Uma fonte CC de 150 V com resistência desprezível é ligada por meio de uma chave a uma LT sem perdas que tem

impedância característica de 130 ohm. A LT termina com uma resistência de 120 ohm. Faça um programa em linguagem MATLAB para calcular a tensão na barra receptora depois de cinco vezes o tempo necessário para que a onda de tensão percorra todo o comprimento da LT. O tempo de trânsito na LT é  $T$ .

Resposta: uma função do tipo \*.m deve ser programada.

**5.8.4** Simule o chaveamento de uma resistência de 50 ohm com uma LT trifásica, usando o ATPdraw, e comente os resultados. A LT tem as seguintes características:

Tensão: 500 kV.

Frequência de operação: 60 Hz.

Resistividade do solo: 1.000 ohm-m.

Impedância de surto: 251 ohm.

Bitola dos cabos condutores: 636 MCM 26/7.

Número de subcondutores por fase: 4.

Número de cabos para-raios: 2.

Bitola dos cabos para-raios: aço EHS 3/8" 7 fios.

Disposição dos condutores: horizontal.

Altura dos condutores em relação ao solo: 26.32 m.

Altura dos cabos para-raios em relação ao solo: 36.91 m.

Distância entre fases: a-b 11 m; b-c 11 m e c-a 22 m.

Distância entre os cabos para-raios: 16.78 m.

Flecha dos condutores: 2 m.

Flecha dos cabos para-raios: 1.5 m.

Resposta: use o programa ATPdraw.

**5.8.5** O chaveamento de uma linha de transmissão em vazio é equivalente a uma manobra de banco de capacitores, porém há diferenças nas relações entre tensões e entre correntes nas duas situações. Acerca desse assunto, julgue o item abaixo.

Entre os fatores que influenciam as sobretensões de energização e abertura de linhas a vazio se incluem o comprimento da linha, as condições de aterramento da rede e a tensão pré-manobra.

Resposta: certo.

**5.8.6** A respeito de subestações de energia elétrica e de linhas de transmissão, julgue o item que se segue.

Sobretensões de manobra resultantes de chaveamentos no sistema elétrico são caracterizadas por uma frente de onda com duração de alguns microssegundos a poucas dezenas de microssegundos.

Resposta: errado.



# TEORIA MODAL DE PROPAGAÇÃO

## 6.1 Introdução

Nos estudos feitos nos capítulos anteriores, a principal suposição feita foi de que as LTs podiam ser consideradas como circuitos totalmente homogêneos funcionando em regime equilibrado. Assim, uma representação monofásica da LT era suficiente. Essa simplificação é válida e muitos dos problemas que se apresentam em estudos de regime permanente podem ser resolvidos satisfatoriamente com essa representação.

Embora a transposição cíclica de condutores permita calcular os parâmetros das LTs como valores médios correspondentes às diversas posições ocupadas, mesmo neste caso, se as secções da linha entre duas transposições forem eletricamente longas, o desequilíbrio que daí resulta pode ser significativo.

A definição de linha eletricamente longa depende não só do comprimento físico da LT, mas também das frequências de trabalho. Nas frequências de 50 Hz ou 60 Hz, a maioria das LTs pode ser considerada curta e isso justifica a utilização das componentes simétricas sob condições normais ou anormais de funcionamento.

No entanto, podem existir linhas de extra-alta-tensão que, mesmo à frequência industrial, podem ser consideradas

linhas longas. Se o número de transposições em uma dessas linhas for pequeno, o efeito do desequilíbrio deve ser analisado considerando o acoplamento mútuo entre os circuitos de sequências, o que anula em grande parte a análise utilizando componentes simétricas.

O estudo de um esquema de proteção monofásico exige um tratamento que leve em consideração o acoplamento entre fases, pois as impedâncias vistas pelos relés de distância dependem da distância até a falta e do desequilíbrio existente na LT, e se isso não for feito a obtenção de resultados errôneos é inevitável. Além disso, quando se pretende estudar os diversos tipos de sobretensões (energização de LT, tensões de restabelecimento após defeito etc.), devemos considerar a LT como um sistema de multicondutores eletricamente longos.

Neste capítulo, a LT é tratada como um sistema de multicondutores através da teoria modal de propagação.

## 6.2 Equação de Tensão para um Sistema de um Condutor

O valor da tensão eficaz ao longo de um condutor em presença de terra perfeito é calculado usando a equação (4.41) desenvolvida no capítulo 4:

$$V_S = \frac{V_R + I_R Z_C}{2} e^{l\gamma} + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} e^{-l\gamma} \quad (6.1)$$

E expressa em termos das tensões incidentes e refletida vista no capítulo 5 como:

$$V = V_i e^{-x\gamma} + V_r e^{x\gamma} \quad (6.2)$$

Designando esta tensão para o condutor da fase 1 e modificando a equação (6.2), temos:

$$V_1^{(F)} = V_{1i}e^{-x\gamma} + V_{1r}e^{x\gamma} \quad (6.3)$$

A equação (6.3) pode ser escrita da forma seguinte:

$$V_1^{(F)} = Q_{11} \left( V_1^{(M+)} e^{-x\gamma} + V_1^{(M-)} e^{x\gamma} \right) \quad (6.4)$$

Ou:

$$V_1^{(F)} = Q_{11} V_1^{(M)} \quad (6.5)$$

Onde:

$V_1^{(F)}$  é a tensão na fase (1);

$V_1^{(M)}$  é a tensão modal (1);

$V_1^{(M+)}$  é a tensão modal (1), onda incidente;

$V_1^{(M-)}$  é a tensão modal (1), onda refletida;

$Q_{11}$  é uma constante que transforma uma tensão modal em uma tensão de fase.

A transformação de uma tensão de fase em uma tensão modal, e vice-versa, é a base para a compreensão da teoria modal de propagação.

## 6.3 A Matriz Modal, Valores Próprios e Vetores Próprios

A matriz modal de uma LT considerada como um conjunto homogêneo de multicondutores é calculada a partir dos conceitos de valores próprios e vetores próprios.

### 6.3.1 Os valores próprios de uma matriz

Seja uma matriz quadrada  $[A]$ , de ordem  $(nxn)$ , e um vetor coluna  $[X]$ , de ordem  $(nx1)$ . O produto de  $[A]$  por  $[X]$  produz um novo vetor  $[Y]$  de mesma ordem.

$$[A][X] = [Y] \quad (6.6)$$

Considera-se, também, que  $[Y]$  tem a mesma direção de  $[X]$ , ou seja:

$$[Y] = k[X] \quad (6.7)$$

Onde  $k$  é uma grandeza escalar.

Portanto:

$$[A][X] = k[X] \quad (6.8)$$

Manipulando a equação anterior, vem:

$$[A][X] - k[X] = [0] \quad (6.9)$$

Finalmente:

$$[k[U] - [A][X]] = [0] \quad (6.10)$$

Onde:

$[U]$  é uma matriz unitária de ordem  $(n \times n)$ .

A matriz  $[k[U] - [A][X]]$  chama-se de matriz característica de  $A$ .

A equação matricial (6.10) somente possui solução diferente da trivial ( $[X] = [0]$ ) se o determinante de  $[k[U] - [A][X]]$  for nulo, isto é:

$$f(k) = |kU - A| = 0 \quad (6.11)$$

$$f(k) = k^n + C_1 k^{n-1} + C_2 k^{n-2} + \dots + C_{n-1} k + C_n = 0 \quad (6.12)$$

A equação (6.12) é chamada equação característica. As raízes dessa equação podem ser reais ou complexas simples ou múltiplas e elas são os valores próprios da matriz  $[A]$ .

### 6.3.2 Os vetores próprios de uma matriz

Para cada uma das raízes (valores próprios)  $k = k_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$  da equação (6.12), é possível determinar um vetor  $[X_i]$  solução da equação matricial (6.10). Logo, podemos escrever:

$$[[k_i][U] - [A][X]][X_i] = [0] \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6.13)$$

Os vetores  $[X_i]$  que satisfazem a equação (6.13) são chamados de vetores próprios da matriz  $[A]$ .

### 6.3.3 A matriz modal

A matriz  $[M]$ , cujas colunas são constituídas pelos vetores próprios da matriz original  $[A]$ , chama-se matriz modal de  $A$ . Isto é,

$$[M] = [[X_1] \quad [X_2] \quad [X_3] \quad \dots \quad [X_{n-1}] \quad [X_n]] \quad (6.14)$$

O conjunto das equações:

$$[[k_i][U] - [A][X]][X_i] \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6.15)$$

pode-se escrever de modo compacto, como:

$$[A][M] = [M][D] \quad (6.16)$$

Onde:

$[M]$  é a matriz modal de  $[A]$ ;

$[D]$  é uma matriz diagonal contendo os valores próprios da matriz  $[A]$ , isto é,  $D_{ii} = k_i$ .

Da equação (6.16):

$$[D] = [M]^{-1}[A][M] \quad (6.17)$$

A equação (6.17) mostra que a pré-multiplicação e a pós-multiplicação de uma matriz  $[A]$  pela inversa da matriz modal

e pela matriz modal, respectivamente, transformam a matriz  $[A]$  em uma matriz diagonal, cujos elementos são os valores próprios de  $[A]$ .

## 6.4 A Propagação em um Sistema de N Condutores

As equações diferenciais de segunda ordem que descrevem uma linha de transmissão polifásica são de difícil solução devido ao acoplamento entre as fases. Uma importante ferramenta de análise de sistemas polifásicos é a técnica que desacopla as fases.

Dessa maneira, um sistema que possui  $N$  fases acopladas pode ser representado por  $N$  sistemas monofásicos que são matematicamente idênticos ao sistema original. Para fazer o desacoplamento entre as fases de uma LT, é preciso transformar as tensões de fase em tensões componentes. Para isso, precisamos calcular autovalores e autovetores para obtenção da matriz de transformação de componentes de fase para componentes modais.

Para um sistema polifásico genérico, a matriz com os autovetores do produto matricial  $[Z] [Y]$  desacopla as fases da linha. Existem, para um único produto  $[Z] [Y]$ , diversos conjuntos de autovetores que desacoplam a linha. Por outro lado, os autovalores são únicos.

No final do estudo, efetua-se o processo inverso e obtêm-se novamente as grandezas do sistema trifásico.

Considere uma linha com  $N$  condutores.

As equações dos telegrafistas no domínio da frequência, na forma matricial, são escritas como:

$$\frac{d^2[V^F]}{dx^2} = [Z][Y][V^F] \quad (6.18)$$

$$\frac{d^2[I^F]}{dx^2} = [Y][Z][I^F] \quad (6.19)$$

As matrizes de impedância longitudinal  $[Z]$  e de admitância transversal  $[Y]$  da linha são:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & \cdots & Z_{an} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & \ddots & Z_{bn} \\ & \vdots & \cdots & \vdots \\ Z_{na} & Z_{nb} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (\Omega) \quad (6.20)$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{aa} & Y_{ab} & \cdots & Y_{an} \\ Y_{ba} & Y_{bb} & \ddots & Y_{bn} \\ & \vdots & \cdots & \vdots \\ Y_{na} & Y_{nb} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix} \quad (S) \quad (6.21)$$

Da equação (4.29), podemos escrever as equações seguintes, na forma matricial:

$$\frac{d[V^F]}{dx} = [Z][I^F] \quad (6.22)$$

$$\frac{d[I^F]}{dx} = [Y][V^F] \quad (6.23)$$

Usando o conceito de tensão componente e, por analogia, corrente componente desenvolvido no item 6.2.

$$[V^F] = [Q][V^M] \quad (6.24)$$

$$[I^F] = [S][I^M] \quad (6.25)$$

Substituindo nas equações (6.18) e (6.19), vem:

$$\frac{d^2[Q][V^M]}{dx^2} = [Z][Y][Q][V^M] \quad (6.26)$$

$$\frac{d^2[V^M]}{dx^2} = [Q]^{-1}[Z][Y][Q][V^M] \quad (6.27)$$

$$\frac{d^2[S][I^M]}{dx^2} = [Z][Y][S][I^M] \quad (6.28)$$

$$\frac{d^2[I^M]}{dx^2} = [S]^{-1}[Y][Z][S][I^M] \quad (6.29)$$

Comparando as equações (6.27) e (6.29) com (6.17), podemos concluir que:

A matriz  $[Q]$  é a matriz modal de  $[Z][Y]$ , formada pelos autovetores de  $[Z][Y]$ ;

A matriz  $[S]$  é a matriz modal de  $[Y][Z]$ , formada pelos autovetores de  $[Y][Z]$ .

Substituindo (6.24) e (6.25) nas equações anteriores, temos:

$$\frac{d[Q][V^M]}{dx} = [Z][S][I^M] \quad (6.26)$$

$$\frac{d[S][I^M]}{dx} = [Y][Q][V^M] \quad (6.27)$$

Portanto,

$$\frac{d[V^M]}{dx} = [Q]^{-1}[Z][S][I^M] = [Z]^{modo}[I^M] \quad (6.28)$$

$$\frac{d[I^M]}{dx} = [S]^{-1}[Y][Q][V^M] = [Y]^{modo}[V^M] \quad (6.29)$$

Com:

$$[Z]^{modo} = [Q]^{-1}[Z][S] = \begin{bmatrix} Z_{modo1} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{modo2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{modo3} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$[Y]^{modo} = [S]^{-1}[Y][Q] = \begin{bmatrix} Y_{modo1} & 0 & 0 \\ 0 & Y_{modo2} & 0 \\ 0 & 0 & Y_{modo3} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

## 6.5 A Transformação de Karrenbauer

H. Karrenbauer propôs uma transformação mais adequada para a solução de transitórios eletromagnéticos. Essa transformação diagonaliza matrizes equilibradas (são matrizes obtidas de linhas transpostas, onde os elementos da diagonal principal são iguais entre si e os elementos fora da diagonal são iguais entre si)  $N \times N$  com as seguintes vantagens:

- As matrizes transformadas são reais e, portanto, preferíveis em relação às componentes simétricas para a solução de transitórios eletromagnéticos.
- A sua estrutura é muito simples (portanto, preferível em relação às componentes  $\alpha, \beta, 0$ ).
- A transformação é válida para sistemas com  $N$  fases.
- A transformação é válida para qualquer frequência.

A transformação de Karrenbauer é definida por:

$$[V^F] = [T][V^M] \quad (6.32)$$

$$[I^F] = [T][I^M] \quad (6.33)$$

Onde:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-N & 1 & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & 1-N & \vdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \vdots & 1-N \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

$N$  é o número de fases.

A transformação inversa:

$$[V^M] = [T]^{-1}[V^F] \quad (6.35)$$

$$[I^M] = [T]^{-1}[I^F] \quad (6.36)$$

tem a matriz:

$$[T]^{-1} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \vdots & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \vdots & -1 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Da equação (6.37), pode ser visto que o primeiro modo descreve o laço formado com todas as fases em paralelo com o retorno através da terra e cabos para-raios. Esse modo é idêntico com aquele que é costume chamar de modo de sequência zero. O segundo modo, ..., N-ésimo modo, descreve o laço formado pela primeira fase com o segundo modo, ... N-ésimo modo, respectivamente. As matrizes das equações (6.34) e (6.37) não são normalizadas.

A matriz de impedâncias em termos de modo pode ser obtida através da transformação seguinte:

$$[Z^M] = [T]^{-1}[Z^F][T] = \begin{bmatrix} Z_{zero}^M & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Z_{positiva}^M & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & Z_{positiva}^M & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & Z_{positiva}^M \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

### 6.6 A Transformação de Clarke

As componentes  $\alpha, \beta, 0$  devidas a E. Clarke também podem ser usadas para diagonalizar as matrizes trifásicas equilibradas obtidas de uma LT. A transformação é definida como:

$$[V^F] = [T1][V_{0\alpha\beta}] \quad e \quad [V_{0\alpha\beta}] = [T1]^{-1}[V^F] \quad (6.39)$$

$$[I^F] = [T1][I_{0\alpha\beta}] \quad e \quad [I_{0\alpha\beta}] = [T1]^{-1}[I^F] \quad (6.40)$$

Onde:

$$[V_{\alpha\beta 0}] = \begin{bmatrix} V_0 \\ V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix}, \quad [I_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_\alpha \\ I_\beta \end{bmatrix}$$

Com:

$$[T1] = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

## Exemplo 6.1

Calcule as componentes modais para as impedâncias da linha do exemplo 4.1, considerando a LT transposta e não transposta.

### Solução:

LT transposta:

Para a linha trifásica a transformação de Karrenbauer é dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$[T1]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Usando a equação (6.38), temos:

$$[Z^M] = [T]^{-1}[Z^F][T]$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 & 0.0926 + j0.4106 \\ 0.0926 + j0.4106 & 0.0926 + j0.4106 & 0.2410 + j0.8499 \end{bmatrix} x$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} 0.4262 + j1.6711 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1484 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1484 + j0.4393 \end{bmatrix}$$

Aplicando a transformação de Clarke:

$$[Z^M] = [T1]^{-1}[Z^F][T1]$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1484 + j0.4393 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1484 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4262 + j1.6711 \end{bmatrix}$$

que obtém os mesmos resultados anteriores, com as posições dos modos trocados.

LT não transposta:

Para a LT não transposta, precisamos calcular os autovetores da matriz de impedâncias. Para isso, usamos o comando do MATLAB  $[V,D]=\text{eig}(Z)$ .  $[V, D] = \text{eig}(A)$  produz matrizes de autovalores (D) e vetores próprios (V) da matriz A, de modo que  $A * V = V * D$ . A matriz D é a forma canônica de A – uma matriz diagonal com autovalores de A na diagonal principal. A matriz V é a matriz modal – suas colunas são os autovetores.

$$[Z] = \begin{bmatrix} 0.2455 + j0.8486 & 0.0937 + j0.4407 & 0.0937 + j0.3895 \\ 0.0937 + j0.4407 & 0.2388 + j0.8505 & 0.0905 + j0.4017 \\ 0.0937 + j0.3895 & 0.0905 + j0.4017 & 0.2388 + j0.8505 \end{bmatrix} \Omega/km$$

$$[V, D] = eig(Z)$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.4262 + j1.6711 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1484 + j0.4393 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1484 + j0.4393 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.5816 - j0.0056 & -0.6624 - j0.0049 & -0.4721 + j0.0016 \\ 0.5867 & 0.7436 & -0.3207 + j0.0010 \\ 0.5635 - j0.0050 & -0.0905 - j0.0024 & 0.8211 \end{bmatrix}$$

## 6.7 Exercícios

**6.7.1** Calcule a matriz de transformação modal para a LT não transposta do exercício 3.12.3.

Resposta:

$$V = \begin{bmatrix} 0.5695 - j0.0031 & 0.7071 - j0.0000 & -0.4191 + j0.0023 \\ 0.5927 & 0.0000 & 0.8054 + j0.0000 \\ 0.5695 - j0.0031 & -0.7071 - j0.0000 & -0.4191 - j0.0023 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.2000 + j1.5627 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0253 + j0.3565 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0254 + j0.2864 \end{bmatrix}$$



# BIBLIOGRAFIA

CATÁLOGOS de Fabricantes de Cabos e Condutores, 2018.

CARSON, J. R. Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return. *Bell System Technical Journal*, v. 5, 1926, n. 539–554.

CENTRAL STATION ENGINEERS OF THE WESTINGHOUSE ELECTRIC CORPORATION. *Electrical transmission and distribution reference book*. 4th edition. East Pittsburgh, Pennsylvania, 1984. 832 p.

DOMMEL, H. W. Overhead Line Parameters from Handbook Formulas and Computer Programs, *IEEE Transactions on PAS*, v. PAS-104, n. 2, February 1985, 366–372.

ELGERD O. I. *Electric energy systems: an introduction*. 2th edition. McGraw-Hill, NY, 1998. 533 p.

EPRI. *AC transmission line reference book – 200 kV and Above*. 3th edition. Palo Alto, CA, 2005. 1069 p.

FUCHS, R. D. *Transmissão de energia elétrica*. v. 1. 3. ed. Uberlândia: EDUFU, 2015. 244 p.

\_\_\_\_\_. *Transmissão de energia elétrica*. v. 2. 3. ed. Uberlândia: EDUFU, 2015. 550 p.

GALLOWAY, R. H. *et al.* Calculation of electrical parameters for short and long polyphase transmission lines. *Proceedings IEE*, v. 111, December 1964, 2051–2059.

GLOVER, J. D.; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. *Power system analysis and design*. 6<sup>th</sup> edition. Thomson Learning, 2016. 818 p.

GONEN, T. *Electrical power transmission system engineering: analysis and design*. 3<sup>th</sup> ed. New York: CRC Press, 2014. 719 p.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON JR., W. D. *Power system analysis*. New York: Mc Graw-Hill Ed., 1994. 787 p.

GROSS, C. A. *Power systems analysis*. New York: Wiley, 1982. 593 p.

HAGINOMORI, E.; ARAI, T. K. J.; IKEDA, H. *Power system transient analysis: theory and practice using simulation program (ATP-EMTP)*, UK, John Wiley & Sons, Ltd., 2016. 277 p.

Leuven EMTP Center. *ATP - Alternative Transient Program - Rule Book*, Belgium: Herverlee, 1987.

STEVENSON JR., W. D. *Elements of power system analysis*. 4<sup>th</sup> ed. New York: McGraw-Hill, 1982. 436 p.

# APÊNDICE

## Dados de Condutores

**Tabela A1 – Cabos de cobre nus – têmpera dura – 97.3 % de condutibilidade**

Bitola MCM - AWG	Nº de fios	Corrente máxima admissível a 60 Hz (A)	Raio médio geométrico (RMG) a 60 (Hz) (m)	Resistência CC a 25°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência a 25°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência CC a 50°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência a 50°C e 60 Hz $\Omega/km$	Diâmetro do cabo (mm)
1000	37	300	0.01122	0.03635	0.0394	0.0397	0.0425	29.235
900	37	220	0.01064	0.04039	0.0431	0.0441	0.0467	27.7368
800	37	130	0.01003	0.04543	0.0479	0.0497	0.0520	26.1366
750	37	90	0.009723	0.04847	0.0508	0.0530	0.0551	25.3238
700	37	40	0.009388	0.05195	0.0541	0.0568	0.0588	24.4602
600	37	940	0.008687	0.07059	0.0625	0.0662	0.0680	22.6314
500	37	840	0.007925	0.07270	0.0743	0.0795	0.0809	20.6756
500	19	840	0.007803	0.07270	0.0743	0.0795	0.0809	20.5994
450	19	780	0.007406	0.08070	0.0822	0.0883	0.0896	19.558
400	19	730	0.006980	0.09080	0.0922	0.0994	0.1006	18.4404
350	19	670	0.006523	0.1038	0.1050	0.1136	0.1146	17.2466
350	12	670	0.006858	0.1038	0.1050	0.1136	0.1146	18.034
300	19	610	0.006056	0.1211	0.1221	0.1323	0.1336	15.9766
300	12	610	0.006340	0.1211	0.1221	0.1323	0.1336	16.6878
250	19	540	0.005526	0.1454	0.1460	0.1591	0.1597	14.5796
250	12	540	0.005727	0.1454	0.1460	0.1591	0.1597	15.24
211.6 -4/0	19	480	0.005084	0.1715	0.1727	0.1876	0.1883	13.4112
211.6 -4/0	12	490	0.005334	0.1715	0.1727	0.1876	0.1883	14.0208

211.6 -4/0	7	480	0.004813	0.1715	0.1727	0.1876	0.1883	13.2588
167.8 -3/0	12	420	0.004752	0.2169	0.2175	0.2367	0.2374	12.496
167.8 -3/0	7	420	0.004279	0.2169	0.2175	0.2367	0.2374	11.7856
133.1 -2/0	7	360	0.003816	0.2734	0.2734	0.2989	0.2989	10.5156
105.5 -1/0	7	310	0.003392	0.3449	0.3449	0.3766	0.3772	9.3472
83.69 -1	7	270	0.003023	0.4344	0.4344	0.4654		8.3312
83.69 -1	3	270	0.003097	0.4300	0.4300	0.4704		9.1440
66.37 -2	7	230	0.002691	0.5475	0.5481	0.5992		7.4168
66.37 -2	3	240	0.002752	0.5425		0.5935		8.128
66.37 -2	1	220	0.002548	0.5369		0.5873		6.5532
52.63 -3	7	200	0.002398	0.6911		0.7557		6.604
52.63 -3	3	200	0.002453	0.6842		0.7482		7.239
52.63 -3	1	190	0.002270	0.6774		0.7408		5.8166
41.74 -4	3	180	0.002185	0.8626		0.9434		66.4516
41.74 -4	1	170	0.002020	0.8539		0.9341		5.1816
33.1 - 5	3	150	0.001944	1.0876		1.1895		5.7404
33.1 - 5	1	140	0.001798	1.0770		1.1777		4.6202
26.25 -6	3	130	0.001731	1.3735		0.1497		5.1054

26.25 -6	1	120	0.001603	1.3548		0.1485		4.1148
20.82 -7	1	110	0.001426	1.7091		0.1870		3.665
16.51 -8	1	90	0.001271	2.1566		0.2361		3.2639

**Tabela A2 – Cabos de alumínio-aço (CAA)**

Código	Bitola MCM – AWG	Nº de fios	Corrente máxima admissível a 60 Hz (A)	Raio médio geométrico (RMG) a 60 (Hz) (m)	Resistência CC a 25°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência a 25°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência CC a 50°C e 60 Hz $\Omega/km$	Resistência a 50°C e 60 Hz $\Omega/km$	Raio interno (cm)	Raio externo (cm)
Joree	2515	76/19	1750	0.01894				0.02797	0.54	2.3878
Thrasher	2312	76/19	1235	0.01815				0.02996	0.5175	2.2895
Kiwi	2167	72/7	1147	0.01739				0.03176	0.441	2.205
Bluebird	2156	84/19	1092.44	0.17934				0.03145	0.610	2.238
Chukar	1781	84/19	901.93	0.01629				0.03717	0.555	2.035
Falcon	1590	54/19	1380	0.01584	0.03648	0.0367	0.04014	0.0425	0.655	1.963
Parrot	1510.5	54/19	1340	0.01545	0.03840	0.0386	0.04226	0.0447	0.6375	1.9125
Plover	1431	54/19	1300	0.01502	0.04052	0.0407	0.04462	0.0472	0.620	1.862
Martin	1321.5	54/19	1250	0.01459	0.04294	0.0431	0.04729	0.0499	0.6025	1.8085
Pheasant	1272	54/19	1200	0.01417	0.04561	0.0458	0.05021	0.0528	0.585	1.755
Grackel	1192.5	54/19	1160	0.01371	0.04866	0.0489	0.05357	0.0563	0.5675	1.6985
Finch	1113	54/19	1110	0.01325	0.05214	0.0524	0.05742	0.0602	0.5475	1.6425
Curlew	1033.5	54/7	1060	0.01280	0.05612	0.0564	0.06177	0.0643	0.5265	1.5795
Cardinal	954	54/7	1010	0.01228	0.06084	0.0610	0.06699	0.0701	0.507	1.521
Canary	900	54/7	970	0.01191	0.06463	0.0646	0.07116	0.0736	0.492	1.476
Crane	874.5	54/7	950	0.01176	0.06650	0.0671	0.07321	0.0763	0.4845	1.4535
Condor	795	54/7	900	0.01121	0.07271	0.0739	0.08004	0.0856	0.462	1.386
Drake	795	26/7	900	0.01143	0.07271	0.0727	0.08004	0.0800	0.5175	1.4055
Mallard	795	30/19	910	0.01197	0.07271	0.0727	0.08004	0.0800	0.620	1.448
Crow	715.5	54/7	830	0.01063	0.08141	0.0820	0.08962	0.0921	0.438	1.314
Starling	715.5	26/7	840	0.01082	0.08141	0.0814	0.08962	0.0896	0.492	1.334
Redwing	715.5	30/19	840	0.01133	0.08141	0.0814	0.08962	0.0896	0.5875	1.3715
Flamingo	666.6	54/7	800	0.01028	0.08701	0.08763	0.095774	0.099503	0.423	1.269
Rook	636	54/7	770	0.01003	0.09136	0.09198	0.10056	0.10491	0.414	1.242

Gull	666.6	54;7	800	0.01027	0.08701	0.0876	0.09577	0.0995	0.423	1.269
Goose	636	54/7	770	0.01002	0.09136	0.0919	0.10055	0.1049	0.414	1.242
Grosbeak	636	26/7	780	0.01021	0.09136	0.0913	0.10055	0.1005	0.4635	1.2575
Egret	636	30/19	780	0.01069	0.09136	0.0913	0.10055	0.1005	0.555	1.295
Peacock	605	54/7	750	0.009791	0.095712	0.096333	0.105345	0.110317	0.4035	1.2095
Duck	605	54/7	750	0.00978	0.09571	0.0963	0.10534	0.1103	0.4035	1.210
Squab	605	26/7	760	0.00996	0.09571	0.0957	0.10565	0.1068	0.4515	1.2255
Dove	556.5	26/7	730	0.00954	0.10411	0.1044	0.11491	0.1155	0.4335	1.1775
Eagle	556.5	30/7	730	0.00999	0.10441	0.1044	0.11491	0.1155	0.519	1.211
Heron	500	30/7	690	0.00947	0.11622	0.1162	0.12802	0.12802	0.492	1.1475
Hawk	477	26/7	670	0.00885	0.12181	0.12181	0.13424	0.13424	0.402	1.090
Hen	477	30/7	670	0.00926	0.12181	0.1218	0.13424	0.13424	0.480	1.120
Ibis	397.5	26/7	590	0.00807	0.14605	Mesma CC	0.16096	Mesma CC	0.366	0.994
Lark	397.5	30/7	600	0.00847	0.14605	Mesma CC	0.16096	Mesma CC	0.438	1.022
Linnet	336.5	26/7	530	0.00743	0.17277	Mesma CC	0.19017	Mesma CC	0.3375	0.9155
Oriole	336.4	30/7	530	0.00777	0.17277	Mesma CC	0.19017	Mesma CC	0.4035	0.9415
Ostrich	300	26/7	490	0.00701	0.19328	Mesma CC	0.21255	Mesma CC	0.318	0.8635
Piper	300	30/7	500	0.00734	0.19328	Mesma CC	0.21255	Mesma CC	0.381	0.889
Partridge	266.8	26/7	460	0.00661	0.21752	Mesma CC	0.23917	Mesma CC	0.3	0.814
Owl	266.8	6/7	460	0.00208	0.21814	0.2187	0.23989	0.3430	0.2685	0.8045
Peguin		4/0	340	0.00248	0.27408	0.2765	0.30142	0.3679	0.2385	0.6375
Pigeon		3/0	300	0.00182	0.34555	0.3480	0.38035	0.4493	0.2125	0.6375
Quail		2/0	270	0.00155	0.43629	0.4387	0.48041	0.5562	0.189	0.567
Raven		1/0	230	0.00135	0.55002	0.5518	0.60534	0.6960	0.1685	0.5055
Robin		1	200	0.00127	0.69608	0.6960	0.76444	0.8576	0.15	0.45
Sparrow		2	180	0.00127	0.87631	0.8763	0.96332	1.0503	0.1335	0.4005
-		2	180	0.00153	0.87631	0.8763	0.96332	1.0254		
Swallow		3	160	0.00131	1.10627	1.1062	1.21192	1.2865	0.119	0.357
Swan		4	140	0.00133	1.39216	1.3921	1.53510	1.5972	0.106	0.318
-		4	140	0.00137	1.39216	1.3921	1.53510	1.5848		
Thush		5	120	0.00126	1.75263	1.7526	1.92675	1.9763	0.0945	0.2835
Turkey		6	100	0.00120	2.21245	2.2125	2.43628	2.4735	0.34	0.252

Nota: a corrente foi calculada considerando condutores a 75 °C, temperatura do ar a 25 °C e vento a 2.2526 km/h. Os dados foram transcritos de tabelas de fabricantes de cabos condutores.

**Tabela A3 – Cabos de aço galvanizados para para-raios**

Tipo (7 fios)	Diâmetros nominais		Resistência a 60 Hz $\Omega/km$		
	Polegadas	cm	I=0 A	I=30 A	I=60 A
Comum	1/4	0.6350	5.903	7.084	7.022
	9/32	0.7144	4.412	5.717	5.592
	5/16	0.7937	3.355	4.660	4.847
	3/8	0.9525	2.672	4.039	4.101
	1/2	1.2700	1.420	2.672	3.107
HS	1/4	0.6350	4.971	7.456	6.276
	9/32	0.7144	3.728	6.214	5.406
	5/16	0.7937	3.045	4.971	4.305
	3/8	0.9525	2.299	4.350	3.915
	1/2	1.2700	1.305	3.045	3.107
EHS	1/4	0.6350	4.350	7.954	6.773
	9/32	0.7144	3.355	6.773	5.406
	5/16	0.7937	2.485	5.592	4.225
	3/8	0.9525	2.175	4.909	3.728
	1/2	1.2700	1.243	3.542	2.920

**Tabela A4 – Cabos de guarda com fibra óptica incorporada – cabos OPGW  
(núcleo óptico em fios de aço cobertos com película de alumínio)**

Designação	Diâmetro (cm)		Resistência elétrica máxima a $20^{\circ}C$ $\Omega/km$	Corrente máxima de defeito suportável kA
	alma	cabo		
92-AL3/28 48 fo	0.90	1.5	0.3230	116
92-AL3/35 24 fo	0.90	1.5	0.3230	127
91-AL2/38 40 fo	0.93	1.55	0.3190	127
91-AL2/45 16 fo	0.93	1.55	0.3080	194
92-AL2/57 48 fo	1.06	1.62	0.2930	165
100-AL3/50 24 fo	0.98	1.63	0.2800	170
125-AL3/48 24 fo	1.05	1.75	0.2310	321
204-AL5/34 36 fo	0.882	2.06	0.1450	504

**Este livro tem enfoque computacional através do uso do programa Alternative Transient Program (ATPdraw), que é um programa de uso mundial. A quantidade de exercícios resolvidos, incluindo simulações computacionais com o ATPdraw e códigos fonte em linguagem MATLAB tornam a obra didática e de fácil assimilação, mesmo para aqueles que são iniciantes no assunto. A matéria apresentada ao longo do texto tem como objetivo que o leitor adquira conhecimentos suficientes para analisar a operação de linhas de transmissão aéreas em regime permanente e em regime transitório, além de realizar um projeto elétrico de uma linha de transmissão aérea. O livro pode ser utilizado em cursos de Graduação e de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.**

Agência Brasileira do ISBN  
ISBN 978-85-7282-761-1

